

МИНИСТЕРСТВО СПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВЕЛИКОЛУКСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ
ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ И СПОРТА»



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе ВЛГАФК
Е.Ю. Андриянова
10.09.2021 г.

Кафедра естественно-научных дисциплин

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Математическая статистика в физической культуре и спорте»
образовательной программы по направлению подготовки
49.03.04 Спорт

по профилю подготовки - спортивная подготовка по виду спорта (лыжный спорт и спортивное ориентирование), тренерско-преподавательская деятельность в образовании
квалификация – Тренер по виду спорта. Преподаватель

Форма обучения очная

Автор-разработчик:

Алексеева Ирина Викторовна, старший преподаватель кафедры естественно-научных дисциплин

Заведующий кафедрой естественно-научных дисциплин

Челноков Андрей Алексеевич, доктор биологических наук, доцент

_____  _____ (подпись)

Заведующая библиотекой ФГБОУ ВО «ВЛГАФК»:

Орлова Виолетта Викторовна

_____  _____ (подпись)

Рецензенты:

Гладченко Денис Александрович, кандидат биологических наук, старший преподаватель кафедры естественно-научных дисциплин ФГБОУ ВО «ВЛГАФК»

Марденская Елена Олеговна, кандидат экономических наук, доцент кафедры «Информационные технологии и таможенное дело» ФГБОУ ВО Великолукская ГСХ

РЕЦЕНЗИЯ

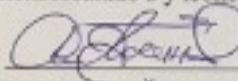
на фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика в физической культуре и спорте» по направлению подготовки 49.03.04 – «Спорт» по профилю подготовки - спортивная подготовка по виду спорта (лыжный спорт и спортивное ориентирование), тренерско-преподавательская деятельность в образовании очной/заочной формы обучения
ФГБОУ ВО «Великолукская государственная академия физической культуры и спорта»

Представленный на рецензию фонд оценочных средств (ФОС) является неотъемлемой частью рабочей программы дисциплины «Математическая статистика в физической культуре и спорте». ФОС предназначен для проведения текущей и промежуточной аттестации и представляет собой совокупность материалов для установления уровня и качества достижения обучающимися результатов обучения – этапы формирования компетенций, показатели и критерии оценивания компетенций на этапе изучения дисциплины, перечень вопросов для промежуточной аттестации (экзамен), оценивающих знания, перечень тестовых заданий для текущего и промежуточного контроля знаний и умений, перечень практических заданий (ситуационных задач) на экзамене, необходимых для оценки умений и опыта деятельности.

Задачами ФОС являются контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений, навыков, то есть набора компетенций, заявленных в образовательной программе по направлению подготовки 49.03.04 - «Спорт» по профилю подготовки - спортивная подготовка по виду спорта (лыжный спорт и спортивное ориентирование), тренерско-преподавательская деятельность в образовании.

Проведённый анализ ФОС показал, указанные материалы позволяют в полной мере оценить результаты освоения обучающимися учебной дисциплины «Математическая статистика в физической культуре и спорте», а также оценить степень сформированности умений и навыков, заявленных в результатах обучения рабочей программы дисциплины - перечень вопросов к экзамену, оценивающих знания, состоит из 36 пунктов, перечень тестовых заданий к экзамену, оценивающих знания и умения, - из 100 заданий, а перечень практических заданий (ситуационных задач) на экзамене, необходимых для оценки умений и опыта деятельности включает 33 задачи. Вопросы к экзамену и задания четко сформулированы, содержат изученный материал и терминологию по дисциплине «Математическая статистика в физической культуре и спорте». Ответы на вопросы и выполнение заданий способны продемонстрировать уровень приобретенных знаний, умений и навыков, а также объем продуктивно освоенного материала.

Таким образом, фонд оценочных средств в составе рабочей программы дисциплины «Математическая статистика в физической культуре и спорте» по направлению подготовки 49.03.04 - «Спорт» по профилю подготовки - спортивная подготовка по виду спорта (лыжный спорт и спортивное ориентирование), тренерско-преподавательская деятельность в образовании соответствует содержанию указанной учебной дисциплины и может быть рекомендован к использованию в учебном процессе.

Рецензент:  Гладченко Денис Александрович, кандидат биологических наук, старший преподаватель кафедры естественно-научных дисциплин ФГБОУ ВО «ВЛГАФК»

Подпись старшего преподавателя кафедры естественно-научных дисциплин ФГБОУ ВО «ВЛГАФК», Гладченко Д.А., удостоверяю

Начальник отдела кадров ФГБОУ ВО «ВЛГАФК»

08 сентября 2021года



Попланова И.Г.

ЭКСПЕРТНОЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ

на фонд оценочных средств по дисциплине «Математическая статистика в физической культуре и спорте» по направлению подготовки 49.03.04 – «Спорт» по профилю подготовки - спортивная подготовка по виду спорта (лыжный спорт и спортивное ориентирование), тренерско-преподавательская деятельность в образовании очной/заочной формы обучения
ФГБОУ ВО «Великолукская государственная академия физической культуры и спорта»

Проведена экспертиза фонда оценочных средств (ФОС) рабочей программы дисциплины «Математическая статистика в физической культуре и спорте» для обучающихся по направлению подготовки 49.03.04 - «Спорт» по профилю подготовки - спортивная подготовка по виду спорта (лыжный спорт и спортивное ориентирование), тренерско-преподавательская деятельность в образовании очной/заочной формы обучения, разработанного старшим преподавателем Алексеевой И.В.

В рабочей программе дисциплины представлены:

- перечень компетенций, которыми должны овладеть обучающиеся в результате освоения дисциплины с указанием этапов их формирования;
- описание показателей и критериев оценивания компетенций на этапе изучения дисциплины, описание шкал оценивания;
- перечень вопросов для промежуточной аттестации (экзамен), оценивающих знания;
- перечень тестовых заданий для промежуточной аттестации (экзамен), оценивающих знания и умения;
- перечень практических заданий (ситуационных задач) на экзамене, необходимых для оценки умений и опыта деятельности.

На основании изложенного следует отметить, что:

3. Перечень формируемых компетенций соответствует ФГОС ВО по направлению подготовки 49.03.04 - «Спорт» по профилю подготовки - спортивная подготовка по виду спорта (лыжный спорт и спортивное ориентирование), тренерско-преподавательская деятельность в образовании очной/заочной формы обучения.

4. Показатели и критерии оценивания компетенций, а также шкалы оценивания в целом обеспечивают возможность проведения всесторонней оценки результатов обучения и уровня сформированности компетенций.

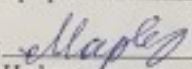
5. Контрольные задания и иные материалы оценки результатов освоения дисциплины соответствуют требованиям к составу оценочных средств, полноте по их количественному составу и позволяют объективно оценить результаты обучения, уровня сформированности компетенций.

6. Направленность ФОС соответствует профилю - спортивная тренировка в избранном виде спорта: легкая атлетика, спортивные игры, лыжный спорт, единоборства, гимнастика.

7. По качеству оценочные средства ФОС в целом обеспечивают объективность и достоверность результатов при проведении оценивания.

8. Выполнение требований ФОС со стороны обучающегося позволяет обеспечить высокое качество его подготовки.

На основании изложенного можно сделать заключение, что представленный ФОС дисциплины «Математическая статистика в физической культуре и спорте» для обучающихся по направлению 49.03.04 - «Спорт» по профилю подготовки - спортивная подготовка по виду спорта (лыжный спорт и спортивное ориентирование), тренерско-преподавательская деятельность в образовании очной/заочной формы обучения согласуется с требованиями ФГОС и соответствующих профессиональных стандартов.

Рецензент:  Марденская Елена Олеговна, кандидат экономических наук, доцент кафедры «Информационные технологии и таможенное дело» ФГБОУ ВО Великолукская ГСХА

Подпись доцента кафедры «Информационные технологии и таможенное дело» ФГБОУ ВО Великолукская ГСХА, Марденской Е.О., удостоверяю

Начальник отдела кадров ФГБОУ ВО Великолукская ГСХА

08 сент. 2021 года

 Носова О.А.

Оглавление

АННОТАЦИЯ	19
1. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	19
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	19
3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ	20
3.1. Очная форма обучения	20
4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	21
4.1. Очная форма обучения. Распределение учебного времени по темам (разделам) и видам учебных занятий	21
5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ	27
5.1. Перечень примерных вопросов и заданий для организации самостоятельной работы обучающегося	27
5.1.1. Очная форма обучения	27
5.2. Методические рекомендации к различным видам самостоятельной работы	32
5.3. Критерии оценки самостоятельной работы обучающегося	33
6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ	35
6.1. Показатели и критерии оценивания компетенций на этапе изучения дисциплины	35
6.2. Индикаторы достижения компетенций по уровню их сформированности	35
6.3. Соотношение индикаторов достижения со шкалой критериев их оценивания и уровнем их сформированности	36
6.4. Методические материалы для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих формирование компетенций в процессе освоения образовательной программы	37
6.4.1. Перечень вопросов для промежуточной аттестации (экзамен), оценивающих знания	37
6.4.2. Перечень тестовых заданий для промежуточной аттестации (экзамен), оценивающих знания и умения	38
6.4.3. Перечень практических заданий (ситуационных задач) на экзамене, необходимых для оценки умений и опыта деятельности	48
6.5. Паспорт оценочных средств промежуточной аттестации	56
6.6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности при проведении промежуточной аттестации	58
7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	59
7.1. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	59
7.1.1. Рекомендуемая литература (основная)	59
7.1.2. Рекомендуемая литература (дополнительная)	59
7.2. Перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети «Интернет»	60
7.3. Программное обеспечение	60
7.4. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы	60
7.4.1. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы, доступные в локальной сети	60
7.4.2. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы, доступные в сети «Интернет» (заключены договора с ФГБОУ ВО «ВЛГАФК»)	60
7.4.3. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы сети «Интернет» свободного доступа	61
8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	62

9. ХРОНОЛОГИЧЕСКИЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН лекций, лабораторных, практических и семинарских занятий по дисциплине 63

9.1. Очная форма обучения 63

ПРИЛОЖЕНИЕ № 1 66

Контрольная работа № 1 на тему: «Основы математической статистики» 66

Контрольная работа № 2 «Корреляция и регрессия. Методы проверки статистических гипотез» 69

ПРИЛОЖЕНИЕ № 2 75

Методические указания для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья 75

78

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3 79

Перечень ситуационных задач для самостоятельного решения 79

ПРИЛОЖЕНИЕ № 4 84

Электронный образовательный ресурс 84

86

1. Корреляция. 99

2. Задачи корреляционного анализа. 99

3. Построение корреляционного поля: определение формы, направления и степени взаимосвязи. 99

4. Классификация коэффициентов корреляции по силе и значимости. 99

5. Коэффициент детерминации. 99

6. Ошибка коэффициента корреляции. 99

7. Коэффициент линейной корреляции (коэффициент корреляции Пирсона). 99

8. Оценка достоверности коэффициента корреляции. 99

1. Цель и задачи регрессионного анализа 101

Корреляционный анализ номинативных признаков. 106

Теоретический материал. *Сравнение средних с помощью экспертных оценок* 108

ТЕМА: «Т-критерий Стьюдента для зависимых измерений. G – критерий знаков» 118

G – критерий знаков является непараметрическим и применяется только для зависимых выборок. Он предназначен для установления общего направления сдвига исследуемого признака. Позволяет установить в какую сторону в выборке в целом изменяются значения признака при переходе от первого измерения ко второму. 119

ТЕМА: «Т-критерий Вилкоксона» 120

Тексты/конспекты лекций 123

6. Генеральная совокупность и выборка. Требования к выборке. Классификация выборки. 123

7. Методы отбора объектов из генеральной совокупности (повторный и бесповторный). 123

8. Способы получения случайных выборок (способ жеребьевки, механический отбор, типический отбор, серийный отбор). 123

9. Причины варьирования признаков. 123

10. Способы первичного описания данных (вариационный ряд распределения и интервальный вариационный ряд). Графическое представление данных. 123

Используя различные приборы и устройства, исследователь постоянно работает со шкалами. 125

Данные – это основные элементы, подлежащие классифицированию или разбитые на категории с целью обработки. Выделяют три типа данных. 127

5. Правила ранжирования. 127

Использование порядковой шкалы позволяет присваивать ранги объектам по какому-либо признаку. Таким образом, метрические значения переводятся в ранговые. При этом

фиксируются различия в степени выраженности свойств. В процессе ранжирования следует придерживаться двух правил. 127

6. Генеральная совокупность и выборка. Требования к выборке. Классификация выборки. 128

В математической статистике выделяют два фундаментальных понятия: генеральная совокупность и выборка. 128

7. Методы отбора объектов из генеральной совокупности (повторный и бесповторный). 130

Особенности обследуемых объектов определяют два метода отбора единиц в выборочную совокупность — повторный (отбор по схеме возвращенного шара) и бесповторный (отбор по схеме невозвращенного шара). 130

8. Способы получения случайных выборок (способ жеребевки, механический отбор, типический отбор, серийный отбор). 130

По способу организации различают следующие основные виды выборочного наблюдения: собственно-случайная (простая) выборка; типическая (расслоенная, стратифицированная, районированная); серийная (гнездовая); многоступенчатая; многофазная. 130

9. Причины варьирования признаков. 131

10. Способы первичного описания данных (вариационный ряд распределения и интервальный вариационный ряд). Графическое представление данных. 131

3. Нормальное распределение, его особенности. Асимметрия и эксцесс. Проверка нормальности распределения результативного признака. 133

3. Нормальное распределение, его особенности. Асимметрия и эксцесс. Проверка нормальности распределения результативного признака. 136

Приложение 139

1. Статистические гипотезы. Ошибки первого и второго рода. 139

2. Статистическая значимость. Принятие и отвержение гипотез. 139

3. Степени свободы. Классификация и назначение критериев 139

1. Статистические гипотезы. Ошибки первого и второго рода. 140

3. Степени свободы. Классификация и назначение критериев 141

ТЕМА: «Корреляция. Задачи корреляционного анализа. Построение корреляционного поля: определение формы, направления и степени взаимосвязи. Классификация коэффициентов корреляции по силе и значимости. Коэффициент детерминации. Ошибка коэффициента корреляции. Коэффициент линейной корреляции. Регрессионный анализ. Ранговая корреляция. Непараметрический метод ранговой корреляции по Спирмену. Непараметрический коэффициент корреляции τ -Кендалла» 143

1. Корреляция. Задачи корреляционного анализа. 143

4. Коэффициент детерминации. Ошибка коэффициента корреляции. 143

5. Коэффициент линейной корреляции (коэффициент корреляции Пирсона). Оценка достоверности коэффициента корреляции. 143

6. Регрессионный анализ. 143

7. Ранговая корреляция. Непараметрический метод ранговой корреляции по Спирмену. Оценка достоверности коэффициента корреляции. 143

8. Непараметрический коэффициент корреляции τ -Кендалла. 143

1. Корреляция. Задачи корреляционного анализа. 143

4. Коэффициент детерминации. Ошибка коэффициента корреляции. 145

5. Коэффициент линейной корреляции (коэффициент корреляции Пирсона). Оценка достоверности коэффициента корреляции. 145

6. Регрессионный анализ. 146

7. Ранговая корреляция. Непараметрический метод ранговой корреляции по Спирмену. Оценка достоверности коэффициента корреляции. 147

8. Непараметрический коэффициент корреляции τ -Кендалла. 147

n	150
p	150
n	150
p	150
n	150
p	150
0,05	150
0,01	150
0,05	150
0,01	150
0,05	150
0,01	150
5	150
0,94	150
-	150
17	150
0,48	150
0,62	150
29	150
0,37	150
0,48	150
6	150
0,85	150
-	150
18	150
0,47	150
0,60	150
30	150
0,36	150
0,47	150
7	150
0,78	150
0,94	150
19	150
0,46	150
0,58	150
31	150
0,36	150
0,46	150
8	150
0,72	150
0,88	150
20	150
0,45	150
0,57	150
32	150
0,36	150
0,45	150
9	150
0,68	150
0.83	150

21	150
0,44	150
0,56	150
33	150
0,34	150
0,45	150
10	150
0.64	150
0.79	150
22	150
0,43	150
0,54	150
34	150
0,34	150
0.44	150
11	150
0.61	150
0,76	150
23	150
0,42	150
0,53	150
35	150
0,33	150
0,43	150
12	150
0.58	150
0,73	150
24	150
0.41	150
0,52	150
36	150
0,33	150
0,43	150
13	150
0.56	150
0.70	150
25	150
0.49	150
0,51	150
37	150
0,33	150
0.43	150
14	150
0.54	150
0,68	150
26	150
0.39	150
0.50	150
38	150
0,32	150
0,41	150
15	150

0,52	150	
0,66	150	
27	150	
0,38	150	
0,49	150	
39	150	
0.32	150	
0.41	150	
16	150	
0,50	150	
0,64	150	
28	150	
0,38	150	
0,48	150	
40	150	
0,31	150	
0,40	150	
p	151	
p	151	
p	151	
df	151	
0,05	151	
0,01	151	
df	151	
0,05	151	
0,01	151	
df	151	
0,05	151	
0,01	151	
1	151	
12,706		151
63,657		151
23	151	
2,069	151	
2,807	151	
45	151	
2,014	151	
2,690	151	
2	151	
4,303	151	
9,925	151	
24	151	
2,064	151	
2,797	151	
46	151	
2,013	151	
2,687	151	
3	151	
3,182	151	
5,841	151	
25	151	
2,060	151	

2,787 151
47 151
2,012 151
2,685 151
4 151
2,776 151
4,604 151
26 151
2,056 151
2,779 151
48 151
2,011 151
2,682 151
5 151
2,571 151
4,032 151
27 151
2,052 151
2,771 151
49 151
2,010 151
2,680 151
6 151
2,447 151
3,707 151
28 151
2,048 151
2,763 151
50 151
2,009 151
2,678 151
7 151
2,365 151
3,499 151
29 151
2,045 151
2,756 151
51 151
2,008 151
2,676 151
8 151
2,306 151
3,355 151
30 151
2,042 151
2,750 151
52 151
2,007 151
2,674 151
9 151
2,262 151
3,250 151

31 151
2,040 151
2,744 151
53 151
2,006 151
2,672 151
10 151
2,228 151
3,169 151
32 151
2,037 151
2,738 151
54 151
2,005 151
2,670 151
11 151
2,201 151
3,106 151
33 151
2,035 151
2,733 151
55 151
2,004 151
2,668 151
12 151
2,179 151
3,055 151
34 151
2,032 151
2,728 151
56 151
2,003 151
2,667 151
13 151
2,160 151
3,012 151
35 151
2,030 151
2,724 151
57 151
2,002 151
2,665 151
14 151
2,145 151
2,977 151
36 151
2,028 151
2,719 151
58 151
2,002 151
2,663 151
15 151

2,131 151
2,947 151
37 151
2,026 151
2,715 151
59 151
2,001 151
2,662 151
16 151
2,120 151
2,921 151
38 151
2,024 151
2,712 151
60 151
2,000 151
2,660 151
17 151
2,110 151
2,898 151
39 151
2,023 151
2,708 151
61 151
2,000 151
2,659 151
18 151
2,101 151
2,878 151
40 151
2,021 151
2,704 151
62 151
1,999 151
2,657 151
19 151
2,093 151
2,861 151
41 151
2,020 151
2,701 151
63 151
1,998 151
2,656 151
20 151
2,086 151
2,845 151
42 151
2,018 151
2,698 151
64 151
1,998 151

2,655	151
21	151
2,080	151
2,831	151
43	151
2,017	151
2,695	151
65	151
1,997	151
2,654	151
22	151
2,074	151
2,819	151
44	151
2,015	151
2,692	151
66	151
1,997	151
2,652	151

ТЕМА: «Оценка достоверности различий: t - критерий Стьюдента для несвязанных (независимых) измерений, F -критерий Фишера, многофункциональный ϕ -критерий Фишера, U -критерий Манна-Уитни, Q -критерий Розенбаума. Оценка достоверности сдвига: t -критерий Стьюдента для связанных (зависимых) измерений. t - критерий Вилкоксона» 152

1. t -критерий Стьюдента для несвязанных (независимых) измерений	152
2. F -критерий Фишера (для сравнения дисперсий)	152
3. Многофункциональный ϕ -критерий Фишера	152
4. U -критерий Манна-Уитни	152
5. Q -критерий Розенбаума	152
1. t -критерий Стьюдента для несвязанных (независимых) измерений	152
2. F -критерий Фишера (для сравнения дисперсий)	153
3. Многофункциональный критерий ϕ -Фишера	153
4. U -критерий Манна-Уитни	154
5. Q -критерий Розенбаума	154
6. t -критерий Стьюдента для связанных (зависимых) измерений	155
7. t - критерий Вилкоксона	156

p	158
p	158
p	158
df	158
0,05	158
0,01	158
df	158
0,05	158
0,01	158
df	158
0,05	158
0,01	158
1	158
12,706	158
63,657	158
23	158

2,069 158
2,807 158
45 158
2,014 158
2,690 158
2 158
4,303 158
9,925 158
24 158
2,064 158
2,797 158
46 158
2,013 158
2,687 158
3 158
3,182 158
5,841 158
25 158
2,060 158
2,787 158
47 158
2,012 158
2,685 158
4 158
2,776 158
4,604 158
26 158
2,056 158
2,779 158
48 158
2,011 158
2,682 158
5 158
2,571 158
4,032 158
27 158
2,052 158
2,771 158
49 158
2,010 158
2,680 158
6 158
2,447 158
3,707 158
28 158
2,048 158
2,763 158
50 158
2,009 158
2,678 158
7 158
2,365 158

3,499 158
29 158
2,045 158
2,756 158
51 158
2,008 158
2,676 158
8 158
2,306 158
3,355 158
30 158
2,042 158
2,750 158
52 158
2,007 158
2,674 158
9 158
2,262 158
3,250 158
31 158
2,040 158
2,744 158
53 158
2,006 158
2,672 158
10 158
2,228 158
3,169 158
32 158
2,037 158
2,738 158
54 158
2,005 158
2,670 158
11 158
2,201 158
3,106 158
33 158
2,035 158
2,733 158
55 158
2,004 158
2,668 158
12 158
2,179 158
3,055 158
34 158
2,032 158
2,728 158
56 158
2,003 158
2,667 158

13 158
2,160 158
3,012 158
35 158
2,030 158
2,724 158
57 158
2,002 158
2,665 158
14 158
2,145 158
2,977 158
36 158
2,028 158
2,719 158
58 158
2,002 158
2,663 158
15 158
2,131 158
2,947 158
37 158
2,026 158
2,715 158
59 158
2,001 158
2,662 158
16 158
2,120 158
2,921 158
38 158
2,024 158
2,712 158
60 158
2,000 158
2,660 158
17 158
2,110 158
2,898 158
39 158
2,023 158
2,708 158
61 158
2,000 158
2,659 158
18 158
2,101 158
2,878 158
40 158
2,021 158
2,704 158
62 158

1,999 158
2,657 158
19 158
2,093 158
2,861 158
41 158
2,020 158
2,701 158
63 158
1,998 158
2,656 158
20 158
2,086 158
2,845 158
42 158
2,018 158
2,698 158
64 158
1,998 158
2,655 158
21 158
2,080 158
2,831 158
43 158
2,017 158
2,695 158
65 158
1,997 158
2,654 158
22 158
2,074 158
2,819 158
44 158
2,015 158
2,692 158
66 158
1,997 158
2,652 158

АННОТАЦИЯ

1. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Изучение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Код и наименование компетенции	Код профессионального стандарта, код трудовой функции и наименование трудовой функции (при наличии), соотнесённые с профессиональным стандартом «Тренер-преподаватель» (код 05.012)	Код и наименование индикатора достижения компетенции
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач		УК-1.1. Знает: - основы системного подхода; - последовательность и требования к осуществлению поисковой и аналитической деятельности для решения поставленных задач
		УК-1.2. Умеет: - анализировать, систематизировать и синтезировать информацию; - оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности
		УК-1.3. Владеет: - навыками поиска информации и практической работы с информационными источниками; - методами принятия решений

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Математическая статистика в физической культуре и спорте» относится к обязательной части блока 1 учебного плана образовательной программы. В соответствии с учебным планом дисциплина изучается на 1 курсе при обучении на очной форме. Вид промежуточной аттестации: экзамен.

Частично может быть реализована с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Промежуточная аттестация может быть реализована с применением дистанционных образовательных технологий.

Не реализуется в форме практической подготовки.

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

3.1. Очная форма обучения

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры							
			1	2	3	4	5	6	7	8
Контактная работа преподавателей с обучающимися		36*	36*							
В том числе:										
Лекции		10	10							
Семинарские занятия			-							
Практические занятия	всего	26	26							
	из них в форме практической подготовки	-	-							
Лабораторные работы			-							
Промежуточная аттестация		ЭКЗ	ЭКЗ							
Самостоятельная работа обучающегося		36	36							
В том числе:										
Курсовая работа			-							
Расчётно-графические работы			-							
Рефераты			-							
Письменные самостоятельные работы		12	12							
Изучение теоретического материала		12	12							
Подготовка к текущей аттестации (контрольные работы, опросы и тестирования)		4	4							
Подготовка к промежуточной аттестации		8	8							
В том числе:	часы	72	72							
	зачетные единицы	2	2							

*из 36 часов – 10 в активной и интерактивной формах

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Очная форма обучения. Распределение учебного времени по темам (разделам) и видам учебных занятий

№ п/п	Тема или раздел	Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа обучающихся	Всего часов
1	Раздел 1. Основы математической статистики				
	Тема 1.1. Предмет математической статистики и ее роль в задачах физической культуры и спорта. Основы теории измерений, виды шкал и типы данных. Правила ранжирования. Понятие генеральной совокупности и выборки. Первичное описание исходных данных. Параметры, измеряемые в физической культуре и спорте. Методы отбора объектов из генеральной совокупности (повторный и бесповторный). Способы получения случайных выборок (способ жеребьевки, механический отбор, типический отбор, серийный отбор). Причины варьирования признаков.	2	-	4	6
	Тема 1.2 Описательные статистики. Распределение данных. Показатели относительной величины структуры (доли). Описательные статистики. Распределение данных. Показатели относительной величины структуры (доли). Сравнение по средним показателям. Сравнение по средним, представленным в различных единицах измерения. Сравнение средних и оценка темпов прироста исследуемых параметров.	2	6	6	14
	Тема 1.3. Статистическая значимость и статистические гипотезы. Принятие и опровержение гипотез. Степени свободы. Точечные и интервальные оценки. Определение необходимого объема выборки для получения оценок заданной точности. Классификация и назначение критериев.	2	1	4	10
	Контрольная работа № 1 на тему: «Основы математической статистики»	-	1	2	
2	Раздел 2. Корреляционный и регрессионный анализы				
	Тема 2.1. Корреляционный анализ. Линейная корреляция. Регрессионный анализ. Ранговая корреляция	2	6	6	14

3	Раздел 3. Методы проверки статистических гипотез				
	Тема 3.1. Сравнение распределений и меры связи для номинативных переменных	-	2	4	6
	Тема 3.2. Оценка достоверности различий	2	6	4	12
	Тема 3.3. Оценка достоверности сдвига.	-	3	4	10
	<i>Контрольная работа № 2 «Корреляция и регрессия. Методы проверки статистических гипотез»</i>	-	1	2	
ИТОГО (в часах)		10	26	36	72

Темы и их краткое содержание
Первый курс

РАЗДЕЛ 1. ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Тема 1.1. Предмет математической статистики и ее роль в задачах физической культуры и спорта. Основы теории измерений, виды шкал и типы данных. Правила ранжирования. Понятие генеральной совокупности и выборки. Первичное описание исходных данных. Параметры, измеряемые в физической культуре и спорте. Методы отбора объектов из генеральной совокупности (повторный и бесповторный). Способы получения случайных выборок (способ жеребьевки, механический отбор, типический отбор, серийный отбор). Причины варьирования признаков.

Интерактивная лекция № 1 (2 часа)

Предмет математической статистики и ее роль в задачах физической культуры и спорта. Основы теории измерений, виды шкал и типы данных. Правила ранжирования. Понятие генеральной совокупности и выборки. Классификация выборки по способу отбора, объема, схеме испытаний и репрезентативности. Первичное описание исходных данных: группировка первичных результатов, статистические таблицы (простые и сложные), правило построения вариационных рядов распределения, интервальных вариационных рядов. Графическое представление экспериментальных данных (полигон частот, гистограмма).

Самостоятельная работа (4 часа)

Параметры, измеряемые в физической культуре и спорте. Методы отбора объектов из генеральной совокупности (повторный и бесповторный). Способы получения случайных выборок (способ жеребьевки, механический отбор, типический отбор, серийный отбор). Причины варьирования признаков. Решение задач. Применение методов искусственного интеллекта и математической статистики в физической культуре и спорте. Генерация идей об использовании искусственного интеллекта в избранном спорте.

Изучение темы направлено на приобретение:

знаний - основ системного подхода;

- последовательности и требования к осуществлению поисковой и аналитической деятельности для решения поставленных задач.

умений - анализировать, систематизировать и синтезировать информацию;

- оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности.

навыков/опыта деятельности - поиска информации и практической работы с информационными источниками;

- владения методами принятия решений.

Тема 1.2. Описательные статистики. Распределение данных. Показатели относительной величины структуры (доли). Сравнение по средним показателям. Сравнение по средним, представленным в различных единицах измерения. Сравнение средних и оценка темпов прироста исследуемых параметров.

Интерактивная лекция № 1 (2 часа)

Меры центральной тенденции. Меры изменчивости. Нормальное распределение. Асимметрия и эксцесс. Проверка нормальности распределения.

Практическое занятие с анализом ситуаций № 1 (2 часа)

Решение ситуационных задач с применением сравнительного анализа вариации для не сгруппированных данных, на основе методов описательной статистики: нахождение среднего арифметического значения, моды, медианы, размаха, дисперсии, стандартного отклонения, коэффициента вариации, ошибки средней арифметической. Оценка среднего арифметического. Анализ полученных результатов.

Практическое занятие с анализом ситуаций № 2 (2 часа)

Решение ситуационных задач с применением сравнительного анализа вариации для сгруппированных в интервалы данных, на основе методов описательной статистики: нахождение среднего арифметического значения, моды, медианы, размаха, дисперсии, стандартного отклонения, коэффициента вариации, ошибки средней арифметической. Оценка среднего арифметического. Анализ полученных результатов.

Практическое занятие с анализом ситуаций № 3 (2 часа)

Решение ситуационных задач, основанных на вычислении асимметрии и эксцесса. Проверка нормальности распределения данных. Анализ полученных результатов. Нахождение показателей относительной величины структуры (доли). Сравнение по средним показателям. Сравнение по средним, представленным в различных единицах измерения. Сравнение средних и оценка темпов прироста исследуемых параметров. Интерпретация полученных результатов.

Самостоятельная работа (6 часов)

Меры центральной тенденции, меры изменчивости для сгруппированных данных. Показатели относительной величины структуры (доли). Сравнение по средним показателям. Сравнение по средним, представленным в различных единицах измерения. Сравнение средних и оценка темпов прироста исследуемых параметров. Распределение Стьюдента. Биномиальное распределение. Пуассоновское распределение. Решение задач.

Изучение темы направлено на приобретение:

знаний - основ системного подхода;

- последовательности и требования к осуществлению поисковой и аналитической деятельности для решения поставленных задач.

умений - анализировать, систематизировать и синтезировать информацию;

- оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности.

навыков/опыта деятельности - поиска информации и практической работы с информационными источниками;

- владения методами принятия решений.

Тема 1.3. Статистическая значимость и статистические гипотезы. Принятие и опровержение гипотез. Ошибка первого и второго рода. Степени свободы. Точечные и интервальные оценки. Определение необходимого объема выборки для получения оценок заданной точности. Классификация и назначение критериев.

Интерактивная лекция № 1 (2 часа)

Статистическая значимость. Статистические гипотезы: нулевая и альтернативная. Принятие и опровержение гипотез. Классификация и назначение критериев.

Практическое занятие в форме групповой дискуссии № 1 (1 час)

Статистическая значимость. Статистические гипотезы: нулевая и альтернативная. Принятие и опровержение гипотез. Степени свободы. Точечные и интервальные оценки. Определение необходимого объема выборки для получения оценок заданной точности. Классификация и назначение критериев.

Практическое занятие № 2 (1 час)

Контрольная работа № 1 в виде тестовых заданий на тему: «Основы математической статистики»

Самостоятельная работа (6 часов)

Ошибка первого и второго рода. Степени свободы. Точечные и интервальные оценки. Определение необходимого объема выборки для получения оценок заданной точности. Подготовка к контрольной работе № 1.

Изучение темы направлено на приобретение:

знаний - основ системного подхода;

- последовательности и требования к осуществлению поисковой и аналитической деятельности для решения поставленных задач.

умений - анализировать, систематизировать и синтезировать информацию;

- оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности.
- навыков/опыта деятельности* - поиска информации и практической работы с информационными источникам;
- владения методами принятия решений.

РАЗДЕЛ 2. КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ И РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗЫ

Тема 2.1. Корреляционный анализ. Линейная корреляция. Регрессионный анализ. Ранговая корреляция

Интерактивная лекция № 1 (2 часа)

Корреляция. Задачи корреляционного анализа. Построение корреляционного поля: определение формы, направления и степени взаимосвязи. Классификация коэффициентов корреляции по силе и значимости. Коэффициент детерминации. Ошибка коэффициента корреляции. Коэффициент линейной корреляции. Уровень значимости корреляции. Регрессионный анализ. Коэффициент детерминации. Ранговая корреляция. Непараметрический метод ранговой корреляции по Спирмену. Непараметрический коэффициент корреляции τ -Кендала.

Практическое занятие с анализом ситуаций № 1 (2 часа)

Решение ситуационных задач с применением корреляционного анализа: составление диаграмм корреляционной зависимости. Вычисление коэффициента линейной корреляции (коэффициент корреляции Пирсона), определение направления и степени взаимосвязи, уровня статистической значимости. Расчет коэффициента детерминации и ошибки коэффициента корреляции. Анализ полученных результатов.

Практическое занятие с анализом ситуаций № 2 (2 часа)

Решение ситуационных задач с применением регрессионного анализа: расчет формул линейной регрессии и графическое представление результатов анализа. Коэффициент детерминации. Анализ полученных результатов.

Практическое занятие с анализом ситуаций № 3 (2 часа)

Решение ситуационных задач с применением ранговой корреляции по Спирмену для несвязанных и связанных рангов и ранговой корреляции τ -Кендала. Интерпретация полученных результатов.

Самостоятельная работа (6 часов)

Линейная корреляция. Регрессионный анализ. Ранговая корреляция. Решение задач. Корреляционный и регрессионный анализы в интеллектуальном анализе данных. Прогнозирование исхода спортивных соревнований при помощи методов искусственного интеллекта

Изучение темы направлено на приобретение:

знаний - основ системного подхода;

- последовательности и требования к осуществлению поисковой и аналитической деятельности для решения поставленных задач.

умений - анализировать, систематизировать и синтезировать информацию;

- оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности.

навыков/опыта деятельности - поиска информации и практической работы с информационными источникам;

- владения методами принятия решений.

РАЗДЕЛ 3. МЕТОДЫ ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ

Тема 3.1. Сравнение распределений и меры связи для номинативных переменных

Практическое занятие с анализом ситуаций № 1 (2 часа)

Решение ситуационных задач с использованием критерия χ^2 : сравнение эмпирического и равномерного распределений; сравнение эмпирических распределений. Анализ полученных результатов. Вычисление коэффициентов номинальной корреляции (коэффициент многоклеточной сопряженности С-Пирсона, коэффициент «фи-корреляции» Пирсона). Анализ полученных результатов.

Самостоятельная работа (4 часа)

Сравнение распределений и меры связи для номинальных переменных. Решение задач.

Изучение темы направлено на приобретение:

знаний - основ системного подхода;

- последовательности и требования к осуществлению поисковой и аналитической деятельности для решения поставленных задач.

умений - анализировать, систематизировать и синтезировать информацию;

- оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности.

навыков/опыта деятельности - поиска информации и практической работы с информационными источниками;

- владения методами принятия решений.

Тема 3.2. Оценка достоверности различий

Интерактивная лекция № 1 (2 часа)

T- критерий Стьюдента для несвязанных (независимых) измерений, F-критерий Фишера, многофункциональный критерий ϕ -Фишера, U-критерий Манна-Уитни, Q-критерий Розенбаума

Практическое занятие с анализом ситуаций № 1 (2 часа)

Решение ситуационных задач на сравнение средних с помощью экспертных оценок; с использованием T-критерия Уайта, ϕ -критерия Фишера. Анализ полученных результатов.

Практическое занятие с анализом ситуаций № 2 (2 часа)

Решение ситуационных задач с использованием критериев: T- критерия Стьюдента для несвязанных (независимых) измерений, F-критерия Фишера. Анализ полученных результатов.

Практическое занятие с анализом ситуаций № 3 (2 часа)

Решение ситуационных задач с использованием: U-критерия Манна-Уитни, Q-критерия Розенбаума. Анализ полученных результатов.

Самостоятельная работа (4 часа)

Сравнение средних с помощью экспертных оценок. T-критерий Уайта. Решение задач.

Изучение темы направлено на приобретение:

знаний - основ системного подхода;

- последовательности и требования к осуществлению поисковой и аналитической деятельности для решения поставленных задач.

умений - анализировать, систематизировать и синтезировать информацию;

- оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности.

навыков/опыта деятельности - поиска информации и практической работы с информационными источниками;

- владения методами принятия решений.

Тема 3.3. Оценка достоверности сдвига

Практическое занятие с анализом ситуаций № 1 (2 часа)

Решение ситуационных задач с применением t-критерия Стьюдента для связанных (зависимых) измерений, G - критерия-знаков. Анализ полученных результатов.

Практическое занятие с анализом ситуаций № 2 (1 час)

Решение ситуационных задач с применением t – критерия Вилкоксона - рангового критерия для повторных измерений. Анализ полученных результатов.

Практическое занятие № 3 (1 час)

Контрольная работа № 2 в виде тестовых заданий на тему: «Корреляция и регрессия. Методы проверки статистических гипотез»

Самостоятельная работа (6 часов)

Оценка достоверности сдвига: t-критерий Стьюдента для связанных (зависимых) измерений, G - критерий-знаков, t – критерий Вилкоксона. Решение задач.

Подготовка к контрольной работе № 2.

Изучение темы направлено на приобретение:

знаний - основ системного подхода;

- последовательности и требования к осуществлению поисковой и аналитической деятельности для решения поставленных задач.

умений - анализировать, систематизировать и синтезировать информацию;

- оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности.

навыков/опыта деятельности - поиска информации и практической работы с информационными источниками;

- владения методами принятия решений.

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

5.1. Перечень примерных вопросов и заданий для организации самостоятельной работы обучающегося

5.1.1. Очная форма обучения

№ п/п	Тема/раздел	Виды и содержание самостоятельной работы	Трудоемкость, часов
1	Раздел 1. Основы математической статистики		
	Тема 1.1. Предмет математической статистики и ее роль в задачах физической культуры и спорта. Основы теории измерений, виды шкал и типы данных. Правила ранжирования. Понятие генеральной совокупности и выборки. Первичное описание	Работа с лекционным материалом. Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля: 1. Параметры, измеряемые в физической культуре и спорте 2. Методы отбора объектов из генеральной совокупности (повторный и бесповторный). 3. Способы получения случайных выборок (способ жеребьевки, механический отбор, типический отбор, серийный отбор). 4. Причины варьирования признаков. 5. Применение искусственного интеллекта и математической статистики в физической культуре и спорте. 6. Генерация идей об использовании искусственного интеллекта в избранном виде спорта. Решение ситуационных (профессиональных) задач № 1-2 (см. Приложение 3) Рекомендованные источники литературы 1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в	4

	исходных данных. Параметры, измеряемые в физической культуре и спорте. Методы отбора объектов из генеральной совокупности (повторный и бесповторный). Способы получения случайных выборок (способ жеребевки, механический отбор, типический отбор, серийный отбор). Причины варьирования признаков.	физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— 106 с. // ЭБС Руконт: сайт. — URL: https://lib.rucont.ru/efd/775919 (дата обращения: 08.09.2021). 2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / ред. Г.И. Попов. - 2-е изд. – Москва: Физическая культура, 2009. - 368 с. 3. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / В.Е. Гмурман. – 12-е изд. – Москва : ИД Юрайт; Юрайт, 2012. – 479 с. 4. Семенов, В.Г. Методы математической статистики в исследованиях по физической культуре и спорту: учебное пособие / В.Г. Семенов, В.А. Смольянов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Смоленск: СГАФКСТ, 2011. – 89 с. 5. Яковлев, В.П. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / В.П. Яковлев. – Москва : Дашков и К, 2008. – 184 с.	
	Тема 1.2. Описать основные статистики. Распределение данных. Показатели относительной величины структуры (доли). Описательные статистики. Распределение данных. Показатели относительной величины структуры (доли). Сравнение по средним показателям. Сравнение по средним, представленным в различных единицах	<i>Работа с лекционным материалом.</i> <i>Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля:</i> 1. Меры центральной тенденции (для сгруппированных данных). 2. Меры изменчивости (для сгруппированных данных). 3. Оценка разброса (для сгруппированных данных). 4. Показатели относительной величины структуры (доли). 5. Сравнение по средним показателям. 6. Сравнение по средним, представленным в различных единицах измерения. 7. Сравнение средних и оценка темпов прироста исследуемых параметров. 8. Распределение Стюдента. 9. Биномиальное распределение. 10. Пуассоновское распределение. <i>Решение ситуационных (профессиональных) задач № 3- 15 (см. Приложение 3)</i> <i>Рекомендованные источники литературы</i> 1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— 106 с. // ЭБС Руконт: сайт. —	6

	измерения. Сравнение средних и оценка темпов прироста исследуемых параметров.	URL: https://lib.rucont.ru/efd/775919 (дата обращения: 08.09.2021). 2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / ред. Г.И. Попов. - 2-е изд. - Москва: Физическая культура, 2009. - 368 с. 3. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / В.Е. Гмурман. - 12-е изд. - Москва : ИД Юрайт; Юрайт, 2012. - 479 с. 4. Семенов, В.Г. Методы математической статистики в исследованиях по физической культуре и спорту: учебное пособие / В.Г. Семенов, В.А. Смольянов. - 2-е изд., перераб. и доп. - Смоленск: СГАФКСТ, 2011. - 89 с. 5. Яковлев, В.П. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / В.П. Яковлев. - Москва : Дашков и К, 2008. - 184 с.	
	Тема 1.3.Статистическая значимость и статистические гипотезы. Принятие и опровержение гипотез. Степени свободы. Точечные и интервальные оценки. Определение необходимого объема выборки для получения оценок заданной точности. Классификация и назначение критериев.	<i>Подготовка к дискуссии по вопросам:</i> 1. Статистические гипотезы: ошибки первого и второго рода 2. Степени свободы. 3. Определение необходимого объема выборки для получения оценок заданной точности. <i>Подготовка к контрольной работе №1 на тему: «Основы математической статистики» (приложение 1)</i> <i>Решение ситуационных (профессиональных) задач № 16 (см. Приложение 3)</i> <i>Рекомендованные источники литературы</i> 1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— 106 с. // ЭБС Руконт: сайт. — URL: https://lib.rucont.ru/efd/775919 (дата обращения: 08.09.2021). 2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / ред. Г.И. Попов. - 2-е изд. - Москва: Физическая культура, 2009. - 368 с. 3. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / В.Е. Гмурман. - 12-е изд. - Москва : ИД Юрайт; Юрайт, 2012. - 479 с. 4. Семенов, В.Г. Методы математической статистики в исследованиях по физической культуре и спорту: учебное пособие / В.Г. Семенов, В.А. Смольянов. - 2-е изд., перераб. и доп. - Смоленск: СГАФКСТ, 2011. - 89 с. 5. Яковлев, В.П. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / В.П. Яковлев. - Москва : Дашков и К, 2008. - 184 с.	6

2	Раздел 2. Корреляционный и регрессионный анализы		
	Тема 2.1. Корреляционный анализ. Линейная корреляция. Регрессионный анализ. Ранговая корреляция	<i>Работа с лекционным материалом.</i> <i>Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля:</i> 1. Линейная корреляция. 2. Регрессионный анализ. 3. Ранговая корреляция. 4. Корреляционный и регрессионный анализы в интеллектуальном анализе данных. 5. Прогнозирование исхода спортивных соревнований при помощи методов искусственного интеллекта <i>Решение ситуационных (профессиональных) задач</i> № 17- 20 (см. Приложение 3) <i>Рекомендованные источники литературы</i> 1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— 106 с. // ЭБС Руконт: сайт. — URL: https://lib.rucont.ru/efd/775919 (дата обращения: 08.09.2021). 2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / ред. Г.И. Попов. - 2-е изд. – Москва: Физическая культура, 2009. - 368 с. 3. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / В.Е. Гмурман. – 12-е изд. – Москва : ИД Юрайт; Юрайт, 2012. – 479 с. 4. Семенов, В.Г. Методы математической статистики в исследованиях по физической культуре и спорту: учебное пособие / В.Г. Семенов, В.А. Смольянов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Смоленск: СГАФКСТ, 2011. – 89 с. 5. Яковлев, В.П. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / В.П. Яковлев. – Москва : Дашков и К, 2008. – 184 с.	6
3	Раздел 3. Методы проверки статистических гипотез		
	Тема 3.1. Сравнение распределений и меры связи для номинативных переменных	<i>Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля:</i> 1. Критерий согласия χ^2. 2. Применение, ограничения критерия. 3. Вычисление коэффициентов номинативной корреляции (коэффициент многоклеточной	4

	сопряженности С-Пирсона, коэффициент «фи-корреляции» Пирсона) <i>Решение ситуационных (профессиональных) задач № 21- 23 (см. Приложение 3)</i> <i>Рекомендованные источники литературы</i> 1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— 106 с. // ЭБС Руконт: сайт. — URL: https://lib.rucont.ru/efd/775919 (дата обращения: 08.09.2021). 2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / ред. Г.И. Попов. - 2-е изд. – Москва: Физическая культура, 2009. - 368 с. 3. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / В.Е. Гмурман. – 12-е изд. – Москва : ИД Юрайт; Юрайт, 2012. – 479 с. 4. Семенов, В.Г. Методы математической статистики в исследованиях по физической культуре и спорту: учебное пособие / В.Г. Семенов, В.А. Смольянов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Смоленск: СГАФКСТ, 2011. – 89 с. 5. Яковлев, В.П. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / В.П. Яковлев. – Москва : Дашков и К, 2008. – 184 с.	
Тема3.2. Оценка достоверности различий	<i>Работа с лекционным материалом.</i> <i>Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля:</i> 1. Сравнение средних с помощью экспертных оценок. 2. Т-критерия Уайта <i>Решение ситуационных (профессиональных) задач № 24- 31 (см. Приложение 3)</i> <i>Рекомендованные источники литературы</i> 1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— 106 с. // ЭБС Руконт: сайт. — URL: https://lib.rucont.ru/efd/775919 (дата обращения: 08.09.2021). 2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / ред. Г.И. Попов. - 2-е изд. – Москва: Физическая культура, 2009. - 368 с. 3. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / В.Е. Гмурман. – 12-е изд. – Москва : ИД Юрайт; Юрайт, 2012. – 479 с. 4. Семенов, В.Г. Методы математической статистики в исследованиях по физической культуре	4

		и спорту: учебное пособие / В.Г. Семенов, В.А. Смольянов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Смоленск: СГАФКСТ, 2011. – 89 с. 5. Яковлев, В.П. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / В.П. Яковлев. – Москва : Дашков и К, 2008. – 184 с.	
	Тема 3.3. Оценка достоверности сдвига	<i>Вопросы для самостоятельного изучения и самоконтроля:</i> 1. t-критерий Стьюдента для связанных (зависимых) измерений. 2. G - критерий-знаков 3. t- критерий Вилкоксона - ранговый критерий для повторных измерений. <i>Решение ситуационных (профессиональных) задач № 32- 33 (см. Приложение 3)</i> <i>Подготовка к контрольной работе №2 по теме «Корреляция и регрессия. Методы проверки статистических гипотез» (приложение 1)</i> <i>Рекомендованные источники литературы</i> 1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— 106 с. // ЭБС Руконт: сайт. — URL: https://lib.rucont.ru/efd/775919 (дата обращения: 08.09.2021). 2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / ред. Г.И. Попов. - 2-е изд. – Москва: Физическая культура, 2009. - 368 с. 3. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / В.Е. Гмурман. – 12-е изд. – Москва : ИД Юрайт; Юрайт, 2012. – 479 с. 4. Семенов, В.Г. Методы математической статистики в исследованиях по физической культуре и спорту: учебное пособие / В.Г. Семенов, В.А. Смольянов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Смоленск: СГАФКСТ, 2011. – 89 с. 5. Яковлев, В.П. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / В.П. Яковлев. – Москва : Дашков и К, 2008. – 184 с.	6

5.2. Методические рекомендации к различным видам самостоятельной работы

Методические рекомендации для самостоятельного изучения вопросов по теме

В связи с тем, что значительное время при освоении учебной дисциплины отводится на самостоятельную работу, обучающемуся в процессе подготовки к практическим занятиям, а также при самостоятельном изучении первоисточников и специальной аналитической литературы предлагается подумать над контрольными вопросами. Эти вопросы помогают изучить рассматриваемые, а также не рассматриваемые темы на

лекции, предлагают подумать и определить собственное отношение к тем или иным аспектам и предложить решение проблемы. Для эффективного закрепления материала обучающемуся предлагается пройти мини самотестирование.

Методические рекомендации для подготовки участия обучающегося в дискуссии по вопросам на практическом занятии

Поскольку часть изучаемых тем носит дискуссионный проблемный характер, обучающимся предлагается принять участие в обсуждении ряда вопросов и высказать свое мнение по обсуждаемым темам. Обучающийся должен быть готов сделать развернутое выступление на практическом занятии по заданным вопросам и ответить на дополнительные вопросы.

Методические рекомендации для самостоятельной работы по решению задач

Осуществляется путем решения задач, предлагаемых преподавателем, и разбора аналогичных примеров, решенных на практических занятиях или рассматриваемых в рекомендованной литературе. Важнейшая часть – анализ полученных результатов.

Методические рекомендации для подготовки к контрольной работе

Примерные варианты контрольных работ представлены в приложении 1. Ознакомление с темами контрольных работ, их количеством, условиями ответов на вопросы контрольных работ, самими вопросами и вариантами ответов на них позволяет создать относительно полное впечатление об особенностях их проведения. При подготовке к контрольной работе по определённой теме рекомендуется повторно проанализировать лекционный материал по теме, повторить особенности методики изучения вопроса, освоенной на практическом занятии, и ознакомиться с содержанием рекомендованных разделов учебных пособий.

Методические рекомендации для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Итоговым контролем по данной дисциплине является экзамен. Экзаменационные билеты формируются на базе приведенного ниже перечня вопросов для экзамена, а также включают ситуационные задачи. Форма проведения экзамена – письменный ответ на задания билета.

5.3. Критерии оценки самостоятельной работы обучающегося

Критерии оценки самостоятельного изучения материала

Результаты самостоятельного изучения материала обсуждаются на практических занятиях, оценивание производится по следующим критериям:

оценка «отлично»	1. По самостоятельно изученным темам/вопросам отвечает полно и правильно; может обосновать свой ответ, привести необходимые примеры; правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью выяснить степень понимания обучающимся данного материала
оценка «хорошо»	Дает правильные ответы, допускает неточности или недочеты, может обосновать свой ответ, привести необходимые примеры; правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью выяснить степень понимания обучающимся данного материала

оценка «удовлетворительно»	Отвечает, но допускает ошибки, излагает материал недостаточно логично и последовательно; затрудняется при ответах на вопросы преподавателя; с трудом приводит отдельные примеры из практики
оценка «неудовлетворительно»	Не отвечает или отвечает неправильно, только иногда дает правильные ответы; не приводит примеров из практики

Критерии оценки участия обучающегося в дискуссии по вопросам на лекции и на семинаре

Результаты участия обучающегося в дискуссии на практических занятиях оцениваются по следующим критериям:

оценка «отлично»	Обучающийся четко и ясно формулирует точку зрения в процессе дискуссии, выдвигает обоснованные аргументы в поддержку своей точки зрения, хорошо владеет научной терминологией, имеет знания о сути обсуждаемой проблемы, речь последовательна, непротиворечива, убедительна
оценка «хорошо»	Обучающийся нечетко формулирует точку зрения в процессе дискуссии, выдвигает не всегда обоснованные аргументы в поддержку своей точки зрения, по большей части владеет научной терминологией, понимает суть обсуждаемой проблемы, но затрудняется в детализации; речь не всегда последовательна и убедительна
оценка «удовлетворительно»	Активность обучающегося недостаточна, а степень подготовленности к дискуссии на недостаточно убедительном уровне, но свидетельствует о понимании сути обсуждаемого явления; речь ограничена
оценка «неудовлетворительно»	Обучающийся имеет слабое представление о содержании обсуждаемой темы дискуссии, аргументы носят бездоказательный характер, плохо владеет правилами научной аргументации, допускает серьезные ошибки в использовании информации, аргументы носят несоответствующий обсуждаемой теме характер, нечетко и неясно формулирует точку зрения; речь скупа, неубедительна

Критерии оценки самостоятельного решения задач с представлением преподавателю записей для ознакомления

оценка «отлично»	Письменное задание выполнено правильно, поставленная задача имеет решение без ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала). Грамотно и логично интерпретированы результаты вычислений.
оценка «хорошо»	Письменное задание выполнено, имеет место правильное решение задачи без ошибок (возможна одна ошибка), представлен анализ результатов вычислений, но с отдельными замечаниями
оценка «удовлетворительно»	Письменное задание выполнено, имеет место решение поставленной задачи, интерпретация результатов вычисления, но с ошибками
оценка «неудовлетворительно»	Письменное задание не выполнено или выполнено неправильно, поставленная задача имеет неправильное

	решение или не решена. Неправильно дана интерпретация результатов вычисления.
--	---

При оценке результатов достижения компетенций посредством контрольной работы в виде тестовых заданий, позволяющих измерить уровень знаний и умений обучающихся, применяется коэффициент освоения.

Коэффициент освоения (К) определяется по формуле:

$K = A : P$, где: К – коэффициент освоения, А – число правильных ответов,

Р – общее число вопросов в тестовом задании. Критерии оценки:

Оценка	Коэффициент освоения (К)	Коэффициент освоения (К), %
оценка «отлично»	0,9 – 1	90 - 100
оценка «хорошо»	0,75 – 0,89	75 - 89
оценка «удовлетворительно»	0,60 – 0,74	60 - 74
оценка «неудовлетворительно»	< 0,6	менее 60

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

6.1. Показатели и критерии оценивания компетенций на этапе изучения дисциплины

Таблица раздела 1 «РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ» демонстрирует взаимосвязь педагогического контроля с соотнесенными с основной профессиональной образовательной программой профессиональными стандартами - в ней определены трудовые функции профессиональных стандартов, выполнение которых обеспечивает формирование соответствующих компетенций в рамках учебной дисциплины.

6.2. Индикаторы достижения компетенций по уровню их сформированности

Индикаторы достижения	Критерий оценивания	Шкала оценивания	Уровень сформированной компетенции
Знает (соответствует таблице раздела 1)	Знает	отлично	высокий
		хорошо	повышенный
		удовлетворительно	пороговый
	Не знает	неудовлетворительно	недостаточный
Умеет (соответствует таблице раздела 1)	Умеет	отлично	высокий
		хорошо	повышенный
		удовлетворительно	пороговый

Индикаторы достижения	Критерий оценивания	Шкала оценивания	Уровень сформированной компетенции
	Не умеет	неудовлетворительно	недостаточный
Имеет опыт/владеет (соответствует таблице раздела 1)	Имеет опыт/владеет	отлично	высокий
		хорошо	повышенный
		удовлетворительно	пороговый
	Не владеет	неудовлетворительно	недостаточный

6.3. Соотношение индикаторов достижения со шкалой критериев их оценивания и уровнем их сформированности

Индикаторы достижения	Критерий оценивания	Уровень сформированной компетенции
Знает (соответствует таблице раздела 1)	Показывает полные и глубокие знания, логично и аргументировано отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теоретических знаний	высокий
	Показывает глубокие знания, грамотно излагает ответ, достаточно полно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, в то же время при ответе допускает несущественные ошибки	повышенный
	Показывает достаточные, но не глубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы	пороговый
	Показывает недостаточные знания, не способен аргументированно и последовательно излагать материал, допускает грубые ошибки, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом	недостаточный
Умеет (соответствует таблице раздела 1)	Умеет применять полученные знания для решения конкретных практических задач, способен предложить альтернативные решения анализируемых проблем, формулировать выводы	высокий
	Умеет применять полученные знания для решения конкретных практических задач, способен формулировать выводы, но не может предложить альтернативные решения анализируемых проблем	повышенный
	При решении конкретных практических задач	пороговый

Индикаторы достижения	Критерий оценивания	Уровень сформированной компетенции
	возникают затруднения	
	Не может решить практические задачи	недостаточный
Имеет опыт/владеет (соответствует таблице раздела 1)	Владеет навыками, необходимыми для профессиональной деятельности, способен оценить результат своей деятельности	высокий
	Владеет навыками, необходимыми для профессиональной деятельности, затрудняется оценить результат своей деятельности	повышенный
	Демонстрирует слабые навыки, необходимые для профессиональной деятельности	пороговый
	Отсутствие навыков или неспособность их продемонстрировать	недостаточный

6.4. Методические материалы для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих формирование компетенций в процессе освоения образовательной программы

6.4.1. Перечень вопросов для промежуточной аттестации (экзамен), оценивающих знания

1. Предмет математической статистики и ее роль в задачах физической культуры и спорта.
2. Параметры, измеряемые в физической культуре и спорте
3. Виды шкал. Типы данных. Правила ранжирования.
4. Генеральная совокупность и выборка. Требования к выборке. Классификация выборки.
5. Методы отбора объектов из генеральной совокупности (повторный и бесповторный).
6. Способы получения случайных выборок (способ жеребьевки, механический отбор, типический отбор, серийный отбор).
7. Причины варьирования признаков.
8. Способы первичного описания данных (вариационный ряд распределения и интервальный вариационный ряд). Графическое представление данных.
9. Меры центральной тенденции. Меры изменчивости. Оценка разброса (для не сгруппированных данных).
10. Меры центральной тенденции. Меры изменчивости. Оценка разброса (для сгруппированных данных).
11. Нормальное распределение, его особенности. Асимметрия и эксцесс. Проверка нормальности распределения результативного признака.
12. Показатели относительной величины структуры (доли). Сравнение по средним, представленным в различных единицах измерения.
13. Сравнение по средним показателям. Сравнение средних и оценка темпов прироста исследуемых параметров.
14. Распределение Стюдента. Пуассоновское распределение.
15. Биномиальное распределение.
16. Статистическая значимость и статистические гипотезы. Принятие и отвержение гипотез. Статистические гипотезы: ошибки первого и второго рода
17. Степени свободы. Классификация и назначение критериев.
18. Точечные и интервальные оценки.

19. Определение необходимого объема выборки для получения оценок заданной точности.
20. Корреляция. Задачи корреляционного анализа. Построение корреляционного поля: определение формы, направления и степени взаимосвязи. Классификация коэффициентов корреляции по силе и значимости.
21. Корреляция. Задачи корреляционного анализа. Коэффициент линейной корреляции (коэффициент корреляции Пирсона). Ошибка коэффициента корреляции. Уровень значимости корреляции.
22. Ранговая корреляция. Непараметрический метод ранговой корреляции по Спирмену. Ошибка коэффициента корреляции. Оценка достоверности коэффициента корреляции.
23. Непараметрический коэффициент корреляции τ -Кендала. Ошибка коэффициента корреляции. Оценка достоверности коэффициента корреляции.
24. Регрессионный анализ. Коэффициент детерминации.
25. Критерий согласия χ^2 . Применение, ограничения критерия.
26. Вычисление коэффициентов номинативной корреляции (коэффициент многоклеточной сопряженности С-Пирсона, коэффициент «фи-корреляции» Пирсона)
27. Сравнение средних с помощью экспертных оценок.
28. Параметрические критерии различия: t-критерий Стьюдента для несвязанных (независимых) измерений.
29. Параметрические критерии различия: F-Критерий Фишера (для сравнения дисперсий).
30. Многофункциональный ϕ -критерий Фишера.
31. Непараметрический T-критерия Уайта
32. Непараметрические критерии для несвязных выборок: U-критерий Манна-Уитни.
33. Непараметрические критерии для несвязных выборок: Q-критерий Розенбаума.
34. Оценка достоверности сдвига: t-критерий Стьюдента для связанных (зависимых) измерений.
35. Непараметрический G-критерий знаков.
36. Оценка достоверности сдвига: t- критерий Вилкоксона - ранговый критерий для повторных измерений.

6.4.2. Перечень тестовых заданий для промежуточной аттестации (экзамен), оценивающих знания и умения

1. Предметом математической статистики является изучение ...
 - а) случайных величин по результатам наблюдений;
 - б) случайных явлений;
 - в) совокупностей;
 - г) числовых характеристик.
2. Парная корреляция – это зависимость, при которой результативный признак Y зависит от:
 - а) одного факторного признака X
 - б) множества факторных признаков
 - в) совокупности пар
 - г) двух факторных признаков
3. Совокупность всех возможных объектов данного вида, над которыми проводятся наблюдения с целью получения конкретных значений определенной случайной величины называется ...
 - а) выборкой;
 - б) вариантами;
 - в) генеральной совокупностью;
 - г) выборочной совокупностью
4. Сумма частот признака равна:
 - а) объему выборки n
 - б) среднему арифметическому значений признака
 - в) нулю
 - г) единице
5. Для того, чтобы по выборке можно было судить о случайной величине, выборка

должна быть ...

- а) бесповторной; б) повторной; в) безвозвратной; г) репрезентативной

6. Репрезентативность выборки обеспечивается:

- а) случайностью отбора; б) таблицей; в) вариацией; г) группировкой.

7. Какое из следующих измерений относится к классу порядка измерительных шкал:

- а) числа, кодирующие темперамент;
б) академический ранг как мера продвижения по службе;
в) метрическая система измерения расстояния;
г) телефонные номера.

8. Какую шкалу используют при измерении времени:

- а) интервальную; б) отношений; в) Чеддока; г) номинативную

9. К качественным видам относятся следующий признак:

- а) рост человека; б) цвет волос; в) вес человека г) телефонные номера

10. К количественным видам относятся следующий признак:

- а) рост человека; б) цвет волос; в) цвет глаз; г) марка машины

11. Выберите номер неправильного ответа. Существуют следующие способы отбора выборочной совокупности:

- а) простой случайный; б) типический; в) механический; г) серийный; д) вариационный

12. Различные значения признака (случайной величины X) называются:

- а) частостями; б) частотами; в) вариантами; г) выборкой.

13. Ранжированный ряд - это распределение отдельных единиц совокупности в порядке.....исследуемого признака:

- а) варьирования б) сочетания; в) возрастания (убывания) г) чередования

14. 3,1,3,1,4,2,2,4,0,3,0,2,2,0,2 – выборка. 0,1,2,3,4 - ?

- а) ряд; б) варианты; в) частоты; г) частоты.

15. Разбивка вариантов на отдельные интервалы называется:

- а) варьированием; б) ранжированием; в) сочетанием; г) группировкой

16. Числа, показывающие, сколько раз встречаются варианты из данного интервала, называются:

- а) группами; б) вариациями; в) частотами; г) частостями.

17. Отношение частоты данного варианта к общей сумме частот всех вариантов называется:

- а) группой; б) вариацией; в) частотой; г) частотой

18. 3,1,3,1,4,2,2,4,0,3,0,2,2,0,2 – выборка. Частость варианты 2 составляет:

- а) 5; б) 1/3; в) 1/5; г) 3.

19. 3,1,3,1,4,2,2,4,0,3,0,2,2,0,2 – выборка. 0,0,0,1,1,2,2,2,2,3,3,3,4,4 - ?

- а) ранжированный ряд; б) полигон; в) группа; г) вариационный ряд.

20. Ранжированный ряд вариантов с соответствующими им весами называют:

- а) группировкой; б) выборкой; в) функцией; г) вариационным рядом.

21. Данная таблица

x_i	1	2	3
n_i	4	5	1

является вариационным рядом следующей выборки:

- а) 1,1,1,2,2,2,3,2,2,2; б) 3,1,1,1,2,2,2,2,1; в) 1,2,1,1,2,3,2,2,1,2; г) 1,1,1,3,3,2,1,2,2,2.

22. Данная таблица

x_i	0	1	2	3
n_i	7	8	19	6

является примером ...

- а) интервального ряда; б) кумуляты; в) дискретного ряда; г) выборочной функции

23. Ломаная, отрезки которой соединяют точки с координатами (x_i, n_i) , где x_i – значение вариационного ряда, n_i – частота, – это:

- а) гистограмма б) эмпирическая функция распределения в) полигон г) кумулята

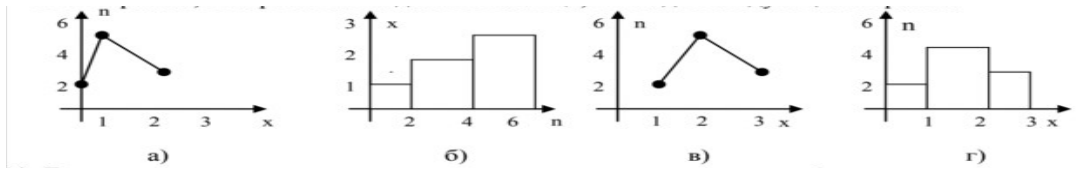
24. Гистограмма служит для изображения:

- а) интервального ряда; б) полигона; в) дискретного ряда; г) кумуляты.

25. Гистограмма, построенная по данной таблице

x_i	(0,1)	(1,2)	(2,3)
n_i	2	5	3

выглядит



26.

x_i	1	3	5
n_i	2	4	3

Полигоном данного ряда

является

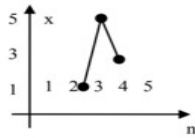


Рис. а)

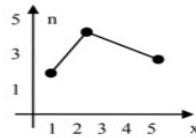


Рис. б)

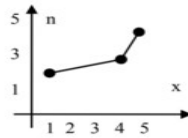


Рис. в)

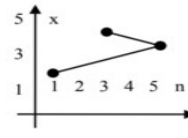


Рис. г)

27. Среднее арифметическое значение совокупности это:

- а) значение признака в середине вариационного ряда;
- б) полуразность максимального и минимального значений вариационного ряда;
- в) полусумма максимального и минимального значений вариационного ряда;
- г) отношение суммы всех величин совокупности к их общему числу.

28. Среднюю арифметическую вариационного ряда можно вычислить по формуле:

- а) $x_1n_1 + x_2n_2 + \dots + x_mn_m$;
- б) $\frac{x_1n_1 + x_2n_2 + \dots + x_mn_m}{n}$
- в) $\frac{x_1n_1 + x_mn_m}{n}$;
- г) $\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_m}{n}$.

29.

x_i	1	2	4
n_i	6	3	1

 $\bar{x} =$

- а) 16;
- б) 10;
- в) 1,6;
- г) 7.

30. Среднее арифметическое данных: 10, 9, 9, 8, 10, 9, 8, 10, 9, 6 равно:

- а) 10
- б) 8,2
- в) 8,8
- г) 9

31. Мода — это:

- а) максимальное значение признака совокупности;
- б) наиболее часто встречающееся значение признака;
- в) среднее арифметическое значение совокупности;
- г) минимальное значение признака совокупности.

32. Вариант, которому соответствует наибольшая частота называют _____ вариационного ряда

- а) медианой;
- б) модой;
- в) вариантом;
- г) дисперсией

33. Мода вариационного ряда 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 7, 7, 8, 9 равна ...

- а) 7;
- б) 8;
- в) 2;
- г) 4.

34.

x_i	1	2	4
n_i	6	3	1

Мо =

- а) 1;
- б) 6;
- в) 4;
- г) 3.

35. Численность упорядоченного ряда делит пополам:

- а) мода;
- б) средняя арифметическая;
- в) средняя гармоническая;
- г) медиана

36. Медианой вариационного ряда называется значение признака, приходящееся на ранжированного ряда наблюдений.

- а) минимум;
- б) максимум;
- в) начало;
- г) середину

37. Медиана вариационного ряда 2, 1, 2, 4, 3, 4, 7, 4, 7, 8, 9 равна ...

- а) 4;
- б) 7
- в) 8
- г) 9

38.

x_i	1	2	4
n_i	6	3	1

Me =

- а) 4; б) 1; в) 6; г) 2,5.

39. Размах – это:

- а) разница между максимальным и минимальным значениями;
 б) максимальное значение признака совокупности;
 в) среднее арифметическое значение совокупности;
 г) минимальное значение признака совокупности.

40. Размах вариационного ряда 104, 87, 101, 130, 148, 92, 97, 105, 134, 121 равен:

- а) 61; б) 60; в) 75; г) 30

41. Дисперсия вариационного ряда характеризует:

- а) среднее значение индивидуальных признаков;
 б) рассеяние индивидуальных значений признаков от среднего значения;
 в) среднеквадратическое отклонение.

г) размах вариационного ряда

42. Среднее квадратическое отклонение — это:

- а) квадрат размаха вариационного ряда; б) корень квадратный из дисперсии;
 в) квадрат коэффициента вариации; г) квадратный корень из величины размаха вариации.

43. Дисперсию для $n \leq 30$ вычисляют по формуле:

а) $\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ б) $\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{\bar{x}}$ в) $\sigma^2 = \frac{\sum(x_i + \bar{x})^2}{n+1}$ г) $\sigma^2 = \frac{\sum(x_i + \bar{x})^2}{\bar{x}}$

44. Среднее квадратическое отклонение для $n \leq 30$ вычисляют по формуле:

а) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ б) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{\bar{x}}}$ в) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i + \bar{x})^2}{n+1}}$ г) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i + \bar{x})^2}{\bar{x}}}$

45. Ошибка средней арифметической выборки ($n \leq 30$) вычисляется по формуле:

а) $S_{\bar{x}} = \frac{n}{\sqrt{\sigma}}$ б) $S_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n+1}}$ в) $S_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}$ г) $S_{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\sigma}}{n-1}$

46. Коэффициент вариации определяется по формуле:

а) $V = \frac{\bar{x}}{n} * 100\%$ б) $V = \frac{\bar{x}}{\sigma} * 100\%$ в) $V = \frac{\sigma^2}{\bar{x}} * 100\%$ г) $V = \frac{\sigma}{\bar{x}} * 100\%$

47. Величина, характеризующая асимметрию распределения данной случайной величины.

- а) коэффициент асимметрии б) момент случайной величины
 в) коэффициент эксцесса г) математическое ожидание

48. Мету остроты пика распределения случайной величины определяет:

- а) коэффициент асимметрии б) момент случайной величины
 в) коэффициент эксцесса г) математическое ожидание

49. При левосторонней асимметрии ее показатель является:

- а) положительным б) отрицательным в) равен нулю г) равен единице

50. Показатель асимметрии рассчитывается по формуле:

а) $A = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n \cdot \sigma^2}$ б) $A = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^3}{n \cdot \sigma^3}$ в) $A = \frac{\sum(x_i + \bar{x})^3}{n \cdot \sigma^3}$ г) $A = \frac{\sum(x_i + \bar{x})^3}{\sigma^3}$

51. У высоковершинных (островершинных) распределений показатель эксцесса

- а) положительный; б) отрицательный; в) равен нулю

52. Показатель эксцесса рассчитывается по формуле:

$$\text{a) } E = \frac{\sum(x_i - \bar{X})^2}{n \cdot \sigma^2} - 2 \quad \text{б) } E = \frac{\sum(x_i - \bar{X})^4}{n \cdot \sigma^4} - 3 \quad \text{в) } E = \frac{\sum(x_i + \bar{X})^3}{n \cdot \sigma^3} - 3 \quad \text{г) } E = \frac{\sum(x_i + \bar{X})^3}{\sigma^3} + 3$$

53. Считается ли распределение признака нормальным, если $n = 10$, $A_{\text{эмп.}} = 0,6$, $E_{\text{эмп.}} = 0,4$

а) да

б) нет

Ответ обоснуйте.

54. Считается ли распределение признака нормальным, если $n = 20$, $A_{\text{эмп.}} = 0,5$, $E_{\text{эмп.}} = 0,6$

а) да

б) нет

Ответ обоснуйте.

55. Статистической гипотезой называют:

а) предположение относительно статистического критерия;

б) предположение относительно параметров или вида закона распределения генеральной совокупности;

в) предположение относительно объема генеральной совокупности;

г) предположение относительно объема выборочной совокупности.

56. При проверке статистической гипотезы, ошибка первого рода - это:

а) принятие нулевой гипотезы, которая в действительности является неверной

б) отклонение альтернативной гипотезы, которая в действительности является верной

в) принятие альтернативной гипотезы, которая в действительности является неверной

г) отклонение нулевой гипотезы, которая в действительности является верно

57. С помощью чего проверяются статистические гипотезы:

а) статистик;

б) параметров;

в) экспериментов;

г) наблюдения.

58. По поводу чего выдвигаются статистические гипотезы:

а) понятий;

б) статистик;

в) выборок;

г) параметров.

59. Уровень статистической значимости $p = 0,001$ является:

а) низким

б) средним

в) высоким

г) нет такого уровня статистической значимости

60. При каком минимальном уровне значимости принято отвергать нулевую гипотезу?

а) 5% уровень

б) 7 % уровень

в) 9 % уровень

г) 10% уровень

61. Корреляция – это...

а) разность между максимальным и минимальным значениями

б) согласованность изменения признаков

в) показатель симметричности кривой распределения

г) одна из характеристик выборки

62. Парная корреляция – это зависимость, при которой результативный признак Y зависит от:

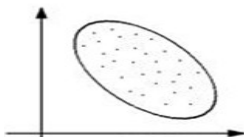
а) одного факторного признака X

б) множества факторных признаков

в) совокупности пар

г) двух факторных признаков

63. По графику корреляционной зависимости определить направление и степень взаимосвязи признаков



а) положительная средняя

б) отрицательная слабая

в) положительная слабая

г) отрицательная средняя

64. По графику корреляционной зависимости определить направление и степень взаимосвязи признаков

72. Коэффициент ранговой корреляции – это коэффициент:

- а) Фишера; б) Стьюдента; в) Пирсона; г) Спирмена.

73. Коэффициент корреляции τ -Кендала находится по формуле:

- а) $\tau = 1 - \frac{6 \cdot Q}{n(n+1)}$ б) $\tau = 1 - \frac{4 \cdot Q}{n(n-1)}$ в) $\tau = 1 - \frac{4 \cdot Q}{n-1}$ г) $\tau = 1 - \frac{6 \cdot Q}{(n-1)(n+1)}$

74. Уровень значимости коэффициента корреляции определяется по формуле:

- а) $T_{\text{эмп}} = |r| \sqrt{\frac{n-1}{1-r^2}}$ б) $T_{\text{эмп}} = |r| \sqrt{\frac{n-2}{1+r^2}}$ в) $T_{\text{эмп}} = |r| \sqrt{\frac{n-1}{r^2}}$ г) $T_{\text{эмп}} = |r| \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$

75. Эксперт ранжирует 10 учащихся по степени проявления агрессии по отношению к учителю (X) и к одноклассникам (Y). Его интересует, есть ли связь между этими признаками X и Y. Эту связь можно измерить при помощи:

- а) коэффициента ранговой корреляции Спирмена б) критерия согласия Хи-квадрат
в) F-Критерий Фишера г) критерия Стьюдента

76. Выберите правильный вариант ответа.

У группы испытуемых при помощи коэффициента ранговой корреляции Спирмена выявлена статистически значимая сильная обратная связь между интеллектом (X) и временем решения анаграммы (Y).

Это означает:

- а) чем выше показатели по X, тем ниже показатели по Y
б) чем выше показатели по X, тем выше показатели по Y
в) высоким показателям по X соответствуют как высокие, так и низкие показатели по Y, и наоборот, низким показателям по X соответствуют как высокие, так и низкие показатели по Y
г) чем ниже показатели по X, тем ниже показатели по Y

77. Задачей регрессионного анализа является:

- а) определение формы связи между факторным и результативным признаками
б) установление тесноты связи между факторным и результативным признаками
в) вычисление ошибки показателя тесноты связи
г) определение доверительного интервала для показателя тесноты связи

78. Регрессионный анализ используется для изучения взаимосвязи между величинами, измеренными в ...

- а) номинальной шкале б) ранговой шкале в) интервальной шкале г) дихотомической шкале

79. Математическое выражение корреляционной зависимости описывается уравнением регрессии:

- а) $y = a + b \cdot x$; б) $y = 2 \cdot x^2 / a$; в) $y = xy + 3b - 2x$; г) $y = 2a - b \cdot x$

80. Коэффициент регрессии определяется по формуле:

- а) $b_y = R_{xy} \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ б) $b_y = R_{xy} \cdot \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2}$ в) $b_y = R_{xy} \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ г) $b_y = R_{xy} \cdot \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2}$

81. Формула для определения коэффициента сопряженности:

- а) $K_C = \frac{bc - ad}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}}$ б) $K_C = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}}$

$$в) K_C = \frac{ad+bc}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}}$$

$$г) K_C = \frac{ab+cd}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}} 82.$$

Формула для определения коэффициента ассоциации:

$$а) K_A = \frac{bc-ad}{ad+bc}$$

$$б) K_A = \frac{ad+bc}{ad-dc}$$

$$в) K_A = \frac{ad+bc}{ab-cd}$$

$$г) K_A = \frac{ad-bc}{ad+bc}$$

83. Для расчета согласия эмпирического распределения и предполагаемого теоретического применяют критерий:

а) Хи-квадрат;

б) Манна-Уитни;

в) Вилкоксона;

г) Стьюдента

84. Критерий ϕ -Фишера

$$а) \phi_{\text{эмп}} = |\phi_1 + \phi_2| \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}},$$

$$б) \phi_{\text{эмп}} = |\phi_1 - \phi_2| \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}$$

$$в) \phi_{\text{эмп}} = |\phi_1 - \phi_2| \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 - n_2}}$$

$$г) \phi_{\text{эмп}} = |\phi_1 + \phi_2| \cdot \sqrt{\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}}$$

85. Критерий U-Манна-Уитни является

а) параметрическим и применяется для двух независимых выборок

б) параметрическим и применяется для двух зависимых выборок

в) непараметрическим и применяется для двух независимых выборок

г) непараметрическим и применяется для зависимых выборок

86. Рассмотрим две группы спортсменов, которые тренировались по различным методикам.

Первая – по экспериментальной, а вторая – по традиционной. Эффективность методик оценивалась по результатам выполнения контрольного упражнения после цикла тренировок.

Результаты выполнения контрольного упражнения в баллах представлены в таблице.

1 группа	9,3	9,0	9,4	8,9	9,3	9,5	9,2	9,0	9,2	9,3
2 группа	9,0	9,1	8,7	8,9	9,0	8,8	9,2	8,8	9,0	8,9

Имеются ли статистически значимые различия между обеими группами при выполнении контрольного упражнения?

Эту задачу нужно решать при помощи:

а) критерия Манна-Уитни;

б) критерия Т-Вилкоксона

в) критерия G –знаков;

г) коэффициента ранговой корреляции Спирмена

87. Формула расчета Хи-квадрат имеет вид:

$$а) \chi^2 = \sum \frac{(f_{\text{эмп}} - f_{\text{т}})^2}{f_{\text{эмп}}} \quad б) \chi^2 = \sum \frac{(f_{\text{т}} - f_{\text{эмп}})^2}{f_{\text{эмп}}}$$

$$в) \chi^2 = \sum \frac{(f_{\text{эмп}} - f_{\text{т}})^2}{f_{\text{т}}^2}$$

$$г) \chi^2 = \sum \frac{(f_{\text{эмп}} - f_{\text{т}})^2}{f_{\text{т}}}$$

88. Преподавателю интересно узнать, зависит ли способ получения информации от образования людей. Опрос 400 респондентов показал результаты, приведенные в таблице. Проверьте утверждение, что способ получения информации не зависит от образования.

	Телевидение	Газеты	Другое
Среднее	159	90	51
Высшее	27	42	31

Эту задачу нужно решать при помощи:

а) критерия однородности Хи-квадрат

б) критерия Стьюдента для независимых выборок

в) критерия Манна - Уитни

г) критерия Краскала - Уоллиса

89. F-Критерий Фишера является:

а) параметрическим и применяется для двух независимых выборок

б) параметрическим и применяется для двух зависимых выборок

в) непараметрическим и применяется для двух независимых выборок

г) непараметрическим и применяется для двух зависимых выборок

90. Критерий Т-Вилкоксона является непараметрическим

а) параметрическим и применяется для двух независимых выборок

б) параметрическим и применяется для двух зависимых выборок

в) непараметрическим и применяется для двух независимых выборок

г) непараметрическим и применяется для зависимых выборок

91. Критерий t-Стюдента для независимых выборок имеет следующую формулу:

$$a) \quad t = \frac{|\bar{X} - \bar{Y}|}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}} \quad б) \quad t = \frac{|\bar{X} - \bar{Y}|}{\sqrt{\frac{\sigma_x + \sigma_y}{n_x + n_y}}} \quad в) \quad t = \frac{|\bar{X} - \bar{Y}|}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}{n_x + n_y}}} \quad г) \quad t = \frac{|\bar{X} + \bar{Y}|}{\sqrt{\frac{\sigma_x + \sigma_y}{n_x + n_y}}}$$

92. Критерий t-Стюдента для зависимых выборок имеет следующую формулу:

$$a) \quad t = \left| \frac{\bar{X}_d}{\sigma_d / \sqrt{n}} \right| \quad б) \quad t = \left| \frac{\bar{X}_d}{\sigma_d \cdot \sqrt{n}} \right| \quad в) \quad t = \left| \frac{\bar{X}_d}{\sigma_d^2 / n} \right| \quad г) \quad t = \left| \frac{\bar{X}_d}{\sigma_d / \sqrt{n}} \right|$$

93. Две группы пловцов выполняют контрольное проплывание на дистанцию 50 м на время.

Получены следующие статистические характеристики: $\bar{X} = 35,4$ с; $\bar{Y} = 34$ с; $\sigma_x^2 = 0,96$;

$\sigma_y^2 = 0,86$; $n_x = 31$; $n_y = 25$. Определить однородны ли группы между собой.

Сформулируйте нулевую гипотезу для данной задачи:

а) H_0 : Группы однородны между собой: $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$

б) H_0 : Группы однородны между собой: $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$

в) H_0 : Группы неоднородны между собой: $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$

г) H_0 : Группы неоднородны между собой: $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$

94. Группа спортсменов прошла тренировочный цикл. До и после цикла тренировок были проведены контрольные тесты, результаты которых приведены в таблице:

До	240	250	270	240	240	250	260	240	240	220
После	280	270	260	280	260	290	250	220	270	260

Определить, значимо ли изменилась спортивная подготовка группы?

Сформулируйте альтернативную гипотезу для данной задачи:

а) H_1 : интенсивность сдвигов в сторону улучшения результатов тестирования не превышает интенсивность сдвигов в сторону их ухудшения

б) H_1 : интенсивность сдвигов в сторону улучшения результатов тестирования превышает интенсивность сдвигов в сторону их ухудшения

в) H_1 : связь между результатами до и после цикла тренировок не отличается от нуля

г) H_1 : связь между результатами до и после цикла тренировок отличается от нуля

95. В каком случае следует использовать Критерий ϕ – Фишера:

а) только для зависимых выборок;

б) только для независимых выборок;

в) для зависимых и не зависимых выборок

г) для определения связи между признаками

96. Статистический критерий G –знаков является

а) параметрическим и применяется для двух независимых выборок

б) параметрическим и применяется для двух зависимых выборок

в) непараметрическим и применяется для двух независимых выборок

г) непараметрическим и применяется для зависимых выборок

97. Статистический критерий Q-Розенбаума является

а) параметрическим и применяется для двух независимых выборок

б) параметрическим и применяется для двух зависимых выборок

в) непараметрическим и применяется для двух независимых выборок

г) непараметрическим и применяется для зависимых выборок

98. У двух групп спортсменов ($n_1 = 15$, $n_2 = 17$), тренирующихся по различным методикам, были измерены некоторые показатели. Можно ли утверждать, что одна из групп превосходит другую по уровню измеренного признака?

Сформулируйте альтернативную гипотезу для данной задачи:

- а) H_1 : спортсмены первой группы превосходят спортсменов второй группы по уровню измеренного признака
- б) H_1 : спортсмены первой группы не превосходят спортсменов второй группы по уровню измеренного признака
- в) H_1 : группы не однородны между собой
- г) H_1 : существует корреляционная связь между группами

99. У двух групп спортсменов ($n_x = 16, n_y = 13$), тренирующихся по различным методикам, были получены следующие статистические характеристики: $\bar{X} = 13$ с; $\bar{Y} = 14$ с; $\sigma_x^2 = 0,41$, $\sigma_y^2 = 0,39$. Обе выборки извлечены из нормальных совокупностей. С помощью критерия Стьюдента выявить, существуют ли статистически достоверные различия в результатах этих групп?

- а) H_1 : Существуют статистически достоверные различия между группами $p < 0,05$;
- б) H_1 : Существуют статистически достоверные различия между группами $p < 0,01$;
- в) H_1 : Существуют статистически достоверные различия между группами $p < 0,001$;
- г) H_0 : Отсутствуют статистически достоверные различия между группами.

100. Группа школьников ($n = 16$) в течение летних каникул находилась в спортивном лагере. До и после сезона у них измерили жизненную емкость легких (ЖЕЛ). Были получены следующие статистические характеристики: $\bar{X}_d = 150$, $\sigma_d = 142$. Определите, значимо ли изменился этот показатель под влиянием интенсивных упражнений.

- а) H_1 : Наблюдаемое различие по показателю ЖЕЛ является статистически значимым на уровне значимости $p < 0,05$;
- б) H_1 : Наблюдаемое различие по показателю ЖЕЛ является статистически значимым на уровне значимости $p < 0,01$;
- в) H_1 : Наблюдаемое различие по показателю ЖЕЛ является статистически значимым на уровне значимости $p < 0,001$;
- г) H_0 : Отсутствуют статистически достоверные различия по показателю ЖЕЛ.

6.4.3. Перечень практических заданий (ситуационных задач) на экзамене, необходимых для оценки умений и опыта деятельности

Ситуационная задача №1

Мальчиками 12-13 лет были показаны следующие результаты в подтягивании на перекладине: 9, 5, 7, 10, 11, 10, 14, 7, 10, 11, 8, 10, 8, 9, 12, 13, 8, 11, 9, 9, 10, 6, 9, 13, 9, 17, 11, 15, 8, 14, 11, 16, 8, 10, 10, 11, 8, 9, 10, 10, 8, 11, 14, 12, 11, 13, 15, 13, 10, 5. Построить интервальный вариационный ряд (число интервалов $k = 7$), гистограмму, полигон распределения и полигон накопленных частот.

Ситуационная задача № 2

В качестве оценки силовой подготовки учащихся 5 класса произведен тест на количество подтягиваний на перекладине. Данные теста следующие: 9, 9, 10, 11, 8, 7, 10, 7, 9, 11, 7, 8, 9, 8, 9. Построить дискретный вариационный ряд. Вычислить моду, медиану, среднее арифметическое значение, размах вариации, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации и ошибку выборочного среднего данной выборки. Какие выводы о форме распределения можно сделать из сопоставления среднего и медианы?

Ситуационная задача № 3

Мальчиками 12-13 лет были показаны следующие результаты в подтягивании на перекладине: 9, 5, 7, 10, 11, 10, 14, 7, 10, 11, 8, 10, 8, 9, 12, 13, 8, 11, 9, 9, 10, 6, 9, 13, 9, 17, 11, 15, 8, 14, 11, 16, 8, 10, 10, 11, 8, 9, 10, 10, 8, 11, 14, 12, 11, 13, 15, 13, 10, 5. Построить интервальный вариационный ряд (число интервалов $k = 7$). Вычислить моду, медиану, среднее арифметическое значение данной выборки. Дать анализ полученных результатов.

Ситуационная задача № 4

Мальчиками 12-13 лет были показаны следующие результаты в подтягивании на перекладине: 9, 5, 7, 10, 11, 10, 14, 7, 10, 11, 8, 10, 8, 9, 12, 13, 8, 11, 9, 9, 10, 6, 9, 13, 9, 17, 11, 15, 8, 14, 11, 16, 8, 10, 10, 11, 8, 9, 10, 10, 8, 11, 14, 12, 11, 13, 15, 13, 10, 5. Построить интервальный вариационный ряд (число интервалов $k = 7$). Вычислить размах вариации, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации и ошибку выборочного среднего данной выборки. Дать анализ полученных результатов.

Ситуационная задача №5

Результаты исследования здоровья студентов 2 групп по характеристике частоты сердечных сокращений (ЧСС) показали одинаковую среднюю величину (85 уд/мин). Критерий разнообразия ЧСС в одной группе — 2 удара в минуту, в другой — 4 удара в минуту.

1. Определите, для какой группы средняя величина пульса при одинаковой средней частоте сердечных сокращений (М) и одинаковом числе студентов типичнее, т.е. лучше отражает состояние здоровья студентов.

2. Какой критерий разнообразия был использован для определения разнообразия признака?

Ситуационная задача №6

Группы юных спортсменов для оценки уровня общефизической подготовки тестировались по числу подтягиваний на перекладине. Результаты распределились следующим образом:

Гимнасты – 16, 11, 14, 15, 15, 11, 15

Легкоатлеты – 13, 14, 15, 16, 14, 16, 16

Дать сравнительную характеристику оценки центральной тенденции данных.

Ситуационная задача №7

Группы юных спортсменов для оценки уровня общефизической подготовки тестировались по числу подтягиваний на перекладине. Результаты распределились следующим образом:

Гимнасты –16, 11, 14, 15, 15, 11, 15

Легкоатлеты - 13, 14, 15, 16, 14, 16, 16

Дать сравнительную характеристику оценки разброса данных.

Ситуационная задача №8

При изучении физического развития школьников 7-го класса было установлено значительное разнообразие по росту (от 151 до 170 см). Средняя величина роста этих мальчиков равна 160 см, сигма= ± 3 см.

1. Находятся ли крайние значения роста детей в пределах нормального распределения признака?

2. Какую методику (значение сигмы) Вы при этом использовали?

Ситуационная задача № 9

В качестве оценки силовой подготовки учащихся 5 класса произведен тест на количество подтягиваний на перекладине. Данные теста следующие: 9, 9, 10, 11, 8, 7, 10, 7, 9, 11, 7, 8, 9, 8, 9. Рассчитать асимметрию и эксцесс, дать заключение об отклонении данных распределений от нормального. Построить кривую распределения признака.

Ситуационная задача № 10

Исследователь провел сравнительный педагогический эксперимент с целью выяснения эффективности обучения стрельбе по определенной методике: одна группа (экспериментальная), состоящая из 8 человек, занимается по предлагаемой экспериментальной методике, а другая (контрольная), состоящая из 8 человек - по традиционной, общепринятой. Итогом эксперимента явилась контрольная стрельба из пяти выстрелов. Данные приведены в таблице.

Группы	Очки							
Экспериментальная	35	40	28	32	30	25	43	44
контрольная	23	20	43	35	15	26	24	28

Проверить на нормальность распределения результатов экспериментальной и контрольной групп правилом трех сигм.

Ситуационная задача № 11

Перед исследователем была поставлена задача: выявить наиболее перспективных, в спортивном отношении, мальчиков 10 лет для последующей специализации в спринтерском беге. Анализ были подвергнуты результаты тестирования, зафиксированные через месяц занятий в группе начальной подготовки ДЮСШ и аналогичные показатели через 1,5 года. Вычислить темпы прироста по тестам, приведенных в таблице (на примере трех испытуемых):

Испытуемые	Бег на 20м с хода (с)		Прыжок в длину с места (с)		Бег на 300м (с)	
	Исходн.	Конечн.	Исходн.	Конечн.	Исходн.	Конечн.
1	2,7	2,5	192	208	56,5	51,9
2	2,8	2,7	203	209	58,2	53,4
3	2,9	2,6	188	210	59,1	52,3
.....						

Ситуационная задача № 12

С целью выявления характера динамики силы подошвенных сгибателей стопы, на протяжении 30 дней после электромиостимуляционной тренировки был осуществлен эксперимент. С группой прыгунов в высоту с разбега 1-го спортивного разряда было проведено 10 сеансов электромиостимуляционной тренировки по развитию силы мышц, участвующих в подошвенном сгибании стопы. Регистрировалась максимальная сила до

начала эксперимента, сразу по окончании его, через 15 и 30 дней по окончании электромиостимуляции. Результаты эксперимента приведены в таблице:

Спортсмены	Исходные показатели (F_1 кг)	Конечные показатели (F_2 кг)	Через 15 дней (F_3 кг)	Через 30 дней (F_4 кг)
1	121	123	131	139
2	137	139	147	157
3	122	126	129	142
4	141	143	155	167
5	118	117	131	140

Установите как изменяются показатели в исследуемом тесте на протяжении длительного по времени эксперимента.

Ситуационная задача №13

Цель исследования состояла в определении среднего времени стартовой реакции спринтеров высокой квалификации. На основании ранее полученных данных, установлено, что стандартное отклонение этого показателя составляет 0,07 с. Какой минимальный объем выборки (минимальное число спортсменов, участвующих в обследовании) необходим для того, чтобы среднее значение, определенное по выборке, отличалось от истинного значения изучаемого показателя не более чем на 0,01 с?

Ситуационная задача №14

Для совершенствования методики педагогического контроля физической подготовленности юных тяжелоатлетов весовой категории до 60 кг, имеющих спортивную квалификацию, близкую к 1разряду, изучалась взаимосвязь отдельных упражнений для оценки физической подготовленности со спортивным результатом. Ниже приведены результаты в одном из упражнений (прыжок в высоту с места) и спортивный результат в толчке для 10 спортсменов данной категории:

Прыжок в высоту с места, см	57	60	58	61	63	66	65	64	58	55
Результат в толчке, кг	108	110	110	115	117	120	122	120	107	107

Нанесите экспериментальные данные на график корреляционного поля. Какие предположения можно сделать относительно формы связи изучаемых показателей?

Проверьте, существует ли корреляционная связь между исследуемыми признаками и определите достоверность коэффициента корреляции (коэффициент корреляции Пирсона). Прокомментируйте полученные результаты.

Ситуационная задача №15

Установите степень линейной связи между длиной ног и спортивным результатом высококвалифицированных прыгунов в высоту по данным обследования 10 прыгунов, приведенным ниже:

Длина ног, см	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101
Спортивный результат, см	209	211	210	213	216	215	215	217	215	214

Используйте коэффициент Браве-Пирсона. Определите достоверность коэффициента корреляции. Прокомментируйте полученные результаты.

Ситуационная задача № 16

Исследовалось десять фитнес-клубов. Данные, полученные в ходе обследования, приведены в таблице. Применяя метод ранговой корреляции по Спирмену, установить зависимость между затратами на рекламу и посещаемостью клубов. Проанализируйте полученные результаты.

№	Затраты на рекламу (у.е)	К-во человек, посетивших фитнес-клуб
1	7	910
2	9	1100
3	8	1000

4	9	1250
5	11	1300
6	6	800
7	8	700
8	9	1200
9	12	1400
10	10	1150

Ситуационная задача № 17

Существует ли статистически достоверная корреляционная связь между результатами школьников в беге на 30 и 100 м (коэффициент корреляции τ -Кендала).

№	Результаты в беге на 30м	Результаты в беге на 100м
1	4,5	12,3
2	4,7	13,2
3	4,9	13,4
4	4,4	12,5
5	4,8	13,4
6	5,0	13,8
7	4,8	13,2
8	4,7	13,1
9	4,8	13,1
10	4,6	13,3

Прокомментируйте полученные результаты.

Ситуационная задача № 18

Для совершенствования методики педагогического контроля физической подготовленности юных тяжелоатлетов весовой категории до 60 кг, имеющих спортивную квалификацию, близкую к 1разряду, изучалась взаимосвязь отдельных упражнений для оценки физической подготовленности со спортивным результатом. Ниже приведены результаты в одном из упражнений (прыжок в высоту с места) и спортивный результат в толчке для 10 спортсменов данной категории:

Прыжок в высоту с места, см	57	60	58	61	63	66	65	64	58	55
Результат в толчке, кг	108	110	110	115	117	120	122	120	107	107

Построить уравнение регрессии и установить связь между признаками. Вычислите коэффициент детерминации. Проанализируйте полученные результаты. Какой результат в толчке можно прогнозировать для спортсмена, показавшего в прыжковом тесте 59 см?

Ситуационная задача № 19

(Сравнение экспериментального распределения с теоретическим - критерий χ^2): Среди абитуриентов 1 курса ВЛГАФК был проведен опрос с целью выяснения, какой из пяти специализаций они отдают предпочтение: легкая атлетика, спортивные игры, гимнастика или лыжный спорт. Общее число опрошенных составило 100 человек. Результаты опроса приведены в таблице.

Легкая атлетика	Спортивные игры	Гимнастика	Лыжный спорт	Единоборства
17	27	14	22	20

Можно ли сказать, что все эти специализации одинаково предпочитаемы, или что одна из них является более популярной среди абитуриентов?

Ситуационная задача №20

(Сравнение двух экспериментальных распределений).

Сравнить с помощью критерия χ^2 эффективность проведения профориентационной работы среди учащихся выпускных классов, задачей которой является агитация выпускников к поступлению на факультет физической культуры.

Для этой цели были отобраны две равноценные группы средних школ. В одной из них (экспериментальной) работа ведется непосредственно преподавателями и студентами факультета путем проведения бесед, лекций, экскурсий, в другой (контрольной) - только через периодическую печать и радио. Результаты проведения такой работы проверялись с помощью анкеты, на вопросы которой ответы учащихся можно подразделялись на три категории типа: хочу поступать на факультет, не хочу и не знаю. Ученики экспериментальных школ (100 чел.) распределились в зависимости от своих ответов на вопросы анкеты следующим образом: "хочу" - 40; "не хочу" - 35; "не знаю" - 35, а ученики контрольных школ (100 чел.) соответственно 20; 45; и 35.

Ситуационная задача № 21

Было проведено исследование влияния занятий спортом на утомляемость в течение рабочего дня у молодых выпускников технического ВУЗа. Обследование проводилось с помощью анкетного опроса, и 200 ответов на вопросы анкеты «Занимаетесь ли Вы спортом систематически?» «чувствуете ли Вы состояние психического или физического утомления к концу рабочего дня?». Ответы распределились, как показано в таблице. Необходимо исследовать связь между этими признаками.

Занятие спортом \ Утомляемость	(+)	(-)
	(+)	(-)
(+)	a = 36	b = 124
(-)	c = 28	d = 12

Ситуационная задача № 22

Требуется определить техническую подготовленность двух прыгунов в высоту с разбега, определив лучшего (сравнения средних с помощью экспертных оценок). С этой целью 10 экспертов по 5 балльной системе должны оценить три основные части прыжка – разбег, отталкивание и переход через планку. Оценки за каждую часть прыжка суммировались, большей сумме соответствовала лучшая техника. Были получены следующие результаты:

Испытуемые	Лучше	Хуже	Всего
1	7 (a)	3(b)	10 (a + b)
2	3 (c)	7 (d)	10 (c + d)
Всего	10(a + c)	10(b + d)	30 (a + b) + (c + d)

Ситуационная задача № 23

Для проверки эффективности разрабатываемой новой программы одного из учебных курсов в институте физической культуры были организованы две группы обучающихся численностью 8 и 10 человек. Первая обучалась традиционными методами, вторая – с применением новой программы Группы были подобраны так, что по успеваемости, оцениваемой по среднему баллу, их можно считать однородными по составу. В конце курса обучения по данной дисциплине для контроля знаний было проведено тестирование по специально подготовленным вопросам. Ответы на каждый вопрос оценивались по пятибалльной шкале. Далее рассчитывался средний балл для каждого из испытуемых (см. таблицу). Результаты распределились следующим образом:

Группы	Средние баллы									
Контрольная	2,8	3,1	3,5	2,9	2,7	3,3	3,2	3,5		
Экспериментальная	3,5	4,5	3,2	4,3	4,5	4,7	4,0	3,8	4,2	4,3

С помощью Т-критерий Стьюдента проверить, различаются ли результаты студентов в контрольной и экспериментальных группах?

Ситуационная задача № 24

Используя Т-критерий Стьюдента (для независимых измерений), необходимо выяснить эффективность обучения стрельбе по определенной методике. Для этой цели проводится сравнительный педагогический эксперимент, где одна группа (экспериментальная), состоящая из 8 человек, занимается по предлагаемой экспериментальной методике, а другая (контрольная) - по традиционной, общепринятой.

Рабочая гипотеза заключается в том, что новая, предлагаемая методика окажется более эффективной. Итогом эксперимента является контрольная стрельба из пяти выстрелов, по результатам которых (см. таблицу) нужно рассчитать достоверность различий и проверить правильность выдвинутой гипотезы. Результаты распределились следующим образом:

Группы	Очки							
Экспериментальная	35	40	28	32	30	25	43	44
контрольная	23	20	43	35	15	26	24	28

Ситуационная задача № 25

Две группы юных баскетболистов (юноши и девушки) выполняли контрольное упражнение, которое оценивалось по количеству попадания мяча в корзину из 10 бросков. Результаты приведены в таблице. С помощью критерия F-Фишера установить: относятся ли статистически значимо эти группы к одной выборке.

Юноши	8	7	6	8	9	9	6	8	7	5
Девушки	5	8	8	6	8	7	6	6		

Ситуационная задача № 26

Был проведен сравнительный педагогический эксперимент, в котором принимали участие юные гимнасты, распределенные на экспериментальную и контрольную группы. Целью педагогического эксперимента являлось выявление эффективности обучения гимнастическому упражнению. Для этого в экспериментальной группе ($n_1=30$), обучение проводилось по новой (экспериментальной) методике, а в контрольной ($n_2=35$) – по традиционной (общепринятой). На завершающем этапе эксперимента умение выполнять изучаемое упражнение оценивалось по типу «выполнил», и «не выполнил» (шкала наименований). В итоге получены следующие результаты: - в экспериментальной группе из 30 человек упражнение выполнили 25 испытуемых, в контрольной группе из 35 человек упражнение выполнили 20 испытуемых. Несмотря на то, что в процентном отношении гимнасты экспериментальной группы значительно превышают гимнастов контрольной группы, говорить о том, что эти различия достоверны, пока нет оснований. Проверить достоверность различий на основе ф-критерия углового преобразования Фишера и выяснить эффективность экспериментальной методики обучения гимнастическому упражнению.

Ситуационная задача № 27

С помощью статистического Т-критерия Уайта определить эффективность обучения гимнастическим упражнениям по методике предписаний алгоритмического типа (экспериментальная группа) и целостной методике (контрольная группа). Оценка результатов обучения осуществлялась экспертной комиссией на основе 10-балльной системы, т.е. измерения сделаны по шкале порядка. Полученные оценки распределились следующим образом:

экспериментальная группа - 8,5; 8,6; 8,4; 9,0; 9,2; 9,4; 9,1; 8,8;

контрольная группа - 7,8; 8,0; 8,2; 7,9; 7,5; 8,5; 8,1.

Ситуационная задача № 28

Две группы спортсменов тренировались по разным методикам: первая – по экспериментальной, вторая – по традиционной. Эффективность методик оценивалась по результатам выполнения контрольного упражнения после цикла тренировок (см. таблицу). Применяя статистический критерий U-Манна-Уитни сравнить результаты, показанные спортсменами двух групп при выполнении контрольного упражнения.

I группа	9,7	9,4	9,5	9,3	9,3	9,6	9,3	9,3	9,4	9,6
II группа	9,1	9,0	8,9	8,8	9,0	8,9	9,2	8,9	9,0	9,0

Ситуационная задача № 29

У двух групп спортсменов, тренирующихся по различным методикам, были измерены некоторые показатели. С помощью Q-критерия Розенбаума установить: можно ли утверждать, что одна из групп превосходит другую по уровню измеренного признака. Результаты распределились следующим образом:

Ивыборка: 130,127, 129, 119, 127, 127, 126, 124, 127, 116, 122, 125, 131, 124, 131, 131

Пвыборка: 121, 122, 114, 127, 115, 114, 121, 115, 118, 115, 111, 118, 110

Ситуационная задача № 30

У группы спринтеров измеряли результаты в тройном прыжке до начала тренировочных занятий и через 1 месяц после тренировок (см.таблицу). С помощью критерия Т-Стьюдента (для зависимых измерений) определить, изменился ли этот показатель под влиянием интенсивных тренировок.

№	До	После
1	12,5	15,4
2	12,8	14,9
3	12,7	15,7
4	13,2	15,4
5	12,4	14,6
6	13,6	15,8
7	12,6	14,7
8	13,3	15,4
9	12,7	14,5
10	13,5	14,8

Ситуационная задача № 31

Комплексной программой по физическому воспитанию для учащихся общеобразовательной школы предусмотрена работа по развитию физических качеств и их оценка по определенным тестам. Так, например, гибкость определяется наклоном вперед из положения стоя (см). Для этого в начале и в конце учебного года проведено тестирование мальчиков (n=15) 5-го класса и получены следующие результаты:

Х (начало учебного года): 3, 4, 8, 7, 6, 10, 9, 7, 2, 6, 5, 8, 7, 9, 11

У (конец учебного года): 6, 8, 10, 11, 9, 12, 6, 10, 5, 8, 9, 8, 9, 11, 12

Применяя Т-критерий Стьюдента (для зависимых измерений), проверить эффективность работы за учебный год.

Ситуационная задача № 32

Группа спортсменов (10 человек) тренировалась по новой экспериментальной методике. Показанные ими результаты до и после проведения сборов приведены в таблице. Определить, применяя статистический критерий G-знаков, различаются ли результаты, показанные спортсменами до и после сборов

№	До	После
1	81	88
2	90	96
3	87	91
4	82	89
5	83	86
6	90	95
7	95	97
8	91	96
9	85	90
10	98	93

Ситуационная задача № 33

Группа спортсменов прошла тренировочный цикл. До и после цикла тренировок были проведены контрольные тесты по некоторому показателю (результаты даны в таблице). С помощью статистического Т-критерия Вилкоксона установить, значительно ли изменилась спортивная подготовка группы

№	До	После
1	250	290

2	260	280
3	250	240
4	260	280
5	240	280
6	230	270
7	220	210
8	260	290
9	260	270
10	240	270

6.5. Паспорт оценочных средств промежуточной аттестации

№ п/п	Тема или раздел	Код контролируемых компетенций	Номер экзаменационного вопроса для контроля знаний	Номер тестового задания для контроля сформированности умений и опыта практической деятельности	Номер ситуационной задачи для контроля знаний и умений
1	Раздел 1. Основы математической статистики				
	Тема 1.1. Предмет математической статистики и ее роль в задачах физической культуры и спорта. Основы теории измерений, виды шкал и типы данных. Правила ранжирования. Понятие генеральной совокупности и выборки. Первичное описание исходных данных. Параметры, измеряемые в физической культуре и спорте. Методы отбора объектов из генеральной совокупности (повторный и бесповторный). Способы получения случайных выборок (способ жеребьевки, механический отбор, типический отбор, серийный отбор). Причины варьирования признаков.	УК-1	1-8	1-26	1
	Тема 1.2. Показатели относительной величины структуры (доли). Описательные статистики. Распределение данных.	УК-1	9-15	27-54	2-12
	Тема 1.3. Статистическая значимость и статистические гипотезы. Принятие и опровержение гипотез. Степени свободы. Точечные и интервальные оценки. Определение необходимого объема выборки для получения оценок заданной точности. Классификация и	УК-1	16-19	55-60	13

	назначение критериев.				
2	Раздел 2. Корреляционный и регрессионный анализы				
	Тема 2.1. Корреляционный анализ. Линейная корреляция. Регрессионный анализ. Ранговая корреляция.	УК-1	20-24	61-80	14-18
3	Раздел 3. Методы проверки статистических гипотез				
	Сравнение распределений и меры связи для номинативных переменных	УК-1	25-26	81-83,87,88	19-21
	Оценка достоверности различий	УК-1	27-33	84-86, 89, 91, 93,95-99	22-29
	Оценка достоверности сдвига.	УК-1	34-36	90, 92, 94, 100	30-33

6.6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности при проведении промежуточной аттестации

Процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, подробно описаны в Положении о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ФГБОУ ВО «Великолукская государственная академия физической культуры и спорта» (принято решением учёного совета ФГБОУ ВО «ВЛГАФК» 21 декабря февраля 2017 года, протокол № 07, введено в действие приказом ректора ФГБОУ ВО «ВЛГАФК» № 273 от 22 декабря 2017 года).

Критерии оценивания ответа обучающегося на экзамене

оценка «отлично»	Обучающийся обнаруживает всесторонние осознанные систематические знания учебного материала и умение ими самостоятельно пользоваться; материал излагает профессиональным языком с использованием соответствующей системы понятий и терминов; проявляет творческие способности в понимании, изложении и практическом использовании знаний; понимает взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии; владеет на высоком уровне навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач. Уровень сформированности компетенций - высокий
оценка «хорошо»	Обучающийся обнаруживает полные знания учебного материала; освоил основные термины, понятия, закономерности, но при этом допускает отдельные неточности в формулировке понятий и/или интерпретации примеров из образовательной практики, которые он исправляет самостоятельно при указании преподавателя на неточности; владеет на хорошем уровне навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач. Уровень сформированности компетенций – не ниже повышенного
оценка «удовлетворительно»	Обучающийся обнаруживает знание большей части основного учебного материала в объёме, необходимом для дальнейшего обучения и предстоящей работы по профессии, но допускает неточности при ответе и/или интерпретации примеров из образовательной практики, которые исправляет после пояснений,

	данных преподавателем. При изложении материала встречаются терминологические некорректности. Владеет на пороговом уровне навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач. Уровень сформированности компетенций – не ниже порогового
оценка «неудовлетворительно»	Обучающийся имеет существенные пробелы в теоретических знаниях, допускает принципиальные ошибки при выполнении заданий, не способен решать профессиональные задачи. Уровень сформированности компетенций – недостаточный

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

7.1.1. Рекомендуемая литература (основная)

1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— 106 с. // ЭБС Руконт: сайт. — URL: <https://lib.rucont.ru/efd/775919> (дата обращения: 08.09.2021).
2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / редактор Г.И. Попов. – 2-е изд. – Москва: Физическая культура, 2009. – 368 с.
3. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / В.Е. Гмурман. – 12-е изд. – Москва: Юрайт, 2012. – 479 с.
4. Семенов, В.Г. Методы математической статистики в исследованиях по физической культуре и спорту: учебное пособие / В.Г. Семенов, В.А. Смольянов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Смоленск: СГАФКСТ, 2011. – 89 с.
5. Яковлев, В.П. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / В.П. Яковлев. – Москва: Дашков и К, 2008. – 184 с.

7.1.2. Рекомендуемая литература (дополнительная)

1. Баркова, Е.В. Математический анализ и математическая статистика: учебное пособие / Е.В. Баркова, В.Н. Мартынов. – Омск : СибГУФК, 2006. – 56 с.
2. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов: учебник / О.Ю. Ермолаев. – Москва : Моск. психолого-социальный ин-т; Флинта, 2002. – 336с.
3. Шапкин, А.С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию: учебное пособие / А.С. Шапкин. – 5-е изд. – Москва: Дашков и К, 2008. – 432 с.
4. Кричевец, А.Н. Математика для психологов: учебник / А.Н. Кричевец, Е.В. Шикин, А.Г. Дьячков. – 2-е изд., испр. – Москва : Флинта; Москов. психол.-соц. ин-т, 2005. – 376с.
5. Кутейников, А.Н. Математические методы в психологии: учебное пособие / А.Н. Кутейников. – Санкт-Петербург: Речь, 2008. – 172 с.
6. Наследов, А.Д. Математические методы психологического исследования: анализ и интерпретация данных: учебное пособие / А.Д. Наследов. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Речь, 2008. – 392 с.

7.2. Перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети «Интернет»

1. Математика и естественнонаучное образование // Единое окно доступа к образовательным ресурсам: сайт. - Москва, 2005- . – URL: http://window.edu.ru/catalog/resources?p_str=Математика+и+естественно-научное+образование (дата обращения: 08.09.2021).
2. Самаров К.Л. Математическая статистика: учебник для студентов по математике // Резольвента: сайт. - 2009 - . – URL: <https://www.resolventa.ru/index.php/matematiceskaya-statistika> (дата обращения: 08.09.2021).
3. Высшая математика для чайников, или с чего начать? // Высшая математика – просто и доступно!: сайт.- 2010- . URL: http://www.mathprofi.ru/matematika_dlya_chainikov.html (дата обращения: 08.09.2021).

7.3. Программное обеспечение

1. 1С Предприятие 8
2. Microsoft Office 2007
3. Microsoft Windows XP
4. Microsoft Windows 7
5. «Личный кабинет обучающегося» на взб-ресурсе собственной разработки

7.4. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

7.4.1. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы, доступные в локальной сети

1. Электронная библиотека Национального государственного университета им. Лесгафта (Санкт-Петербург). – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору. – Текст: электронный.
2. Электронная библиотека Московской государственной академии физической культуры (Малаховка). – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору. – Текст: электронный.
3. Электронная библиотека Сибирского университета физической культуры (Омск). – Режим доступа: локальная сеть ВЛГАФК, по договору. – Текст: электронный.

7.4.2. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы, доступные в сети «Интернет» (заключены договора с ФГБОУ ВО «ВЛГАФК»)

1. РУКОНТ: национальный цифровой ресурс: межотраслевая электронная библиотека : сайт / Консорциум «КОНТЕКСТУМ». – Сколково, 2010 -. – URL: <http://lib.rucont.ru/search> (дата обращения: 08.09.2021). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
2. Лань: электронно-библиотечная система (Сетевая электронная библиотека по физической культуре и спорту): сайт. - Санкт-Петербург, 2011 - . - URL: <https://e.lanbook.com/books> (дата обращения: 28.09.2021). – Режим доступа: для авторизов. пользователей.
3. Freedom Collection: полнотекстовая коллекция электронных журналов / Elsevier. – URL: <https://www.sciencedirect.com> (дата обращения 12.10.2021). – Режим доступа: для авторизов. пользователей.
4. Scopus: библиографическая и реферативная база данных / Elsevier. – URL: <https://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic> (дата обращения 12.10.2021). – Режим доступа: для авторизов. пользователей.
5. Springer Nature: издательство: сайт. – URL: <http://link.springer.com> (дата обращения 30.09.2021). – Режим доступа: для авторизов. пользователей.

7.4.3. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы сети «Интернет» свободного доступа

1. Электронная библиотека: библиотека диссертаций : сайт / Российская государственная библиотека. – Москва : РГБ, 2003 -. – URL: <http://diss.rsl.ru/> (дата обращения: 08.09.2021). – Текст: электронный.
2. Научная педагогическая электронная библиотека: сайт / Научная педагогическая библиотека им К.Д. Ушинского. – Москва, 2019. – URL: <http://elib.gnpbu.ru> (дата обращения: 08.09.2021). – Текст: электронный.
3. Большая бесплатная библиотека : сайт. – URL: <http://tululu.org/> (дата обращения: 08.09.2021). – Текст: электронный.
4. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка»: сайт. – Москва. – URL: <http://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 08.09.2021). – Текст: электронный.
5. Электронная библиотека ГПИБ: сайт / Государственная публичная историческая библиотека России (ГПИБ). – Москва, 1863- . – URL: <http://elib.shpl.ru/ru/nodes/9347-elektronnaya-biblioteka-gpib/> (дата обращения: 08.09.2021). – Текст: электронный.
6. Единое окно доступа к образовательным ресурсам: сайт. – Москва, 2005-. – URL: <http://window.edu.ru/> (дата обращения: 08.09.2021). – Текст: электронный.
7. Спортивное чтение: спортивная электронная библиотека: сайт. – 2019. – URL: <http://sportfiction.ru/> (дата обращения: 08.09.2021). – Текст: электронный.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
Лекционная аудитория с мебелью № 217 учебного корпуса № 1, пл. Юбилейная д.4	132 посадочных мест, доска информационная пластиковая, экран 3000×2600, проектор мультимедийный BenQ sp 831 с дистанционным пультом, ноутбук h.p. Probook 4515S, мышь компьютерная; Мультимедийное сопровождение преподаваемой дисциплины. Вешалки – 3шт., трибуна.
Аудитория № 201 учебного корпуса № 1, пл. Юбилейная д.4	24 посадочных мест, доска информационная пластиковая, стол письменный, стул, столы ученические – 12 штук, стулья ученические – 24 штук, вешалка 1 шт., проектор мультимедийный BenQ, ноутбук Samsung R 560, мультимедийное сопровождение преподаваемой дисциплины, мышь компьютерная, электронные калькуляторы Citizen – 5 шт, таблицы критических значений критериев – 20 шт.
Аудитория № 131* учебного корпуса № 1, пл. Юбилейная д.4	10 посадочных мест, стульев – 13 штук, столов ученических – 10 штук, стол преподавателя, доска. Персональные компьютеры Формоза – 11 штук, мониторы Samsung 710 N – 11 штук; принтер P2015d-8067-00, кондиционер, вешалка – 1 шт.
Электронный читальный зал* библиотеки здания общежития с пристроенным учебным корпусом, пл. Юбилейная д. 4, к. 1	11 посадочных мест, ученические столы – 11, ученические стулья –11, персональные компьютеры ТОНК 1507 – 11 штук, мониторы Samsung 710N – 11 штук

**Помещения для самостоятельной работы*

9. ХРОНОЛОГИЧЕСКИЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН лекций, лабораторных, практических и семинарских занятий по дисциплине

9.1. Очная форма обучения

№ п/п	Темы лекций и практических занятий в хронологическом порядке	Перечень необходимого оборудования, наглядные пособия	Количество часов и вид занятия	Возможность применения электронного обучения и дистанционных образовательных технологий при проведении учебного занятия (да/нет)
1	Тема 1.1. Предмет математической статистики и ее роль в задачах физической культуры и спорта. Основы теории измерений, виды шкал и типы данных. Правила ранжирования. Понятие генеральной совокупности и выборки. Классификация выборки по способу отбора, объема, схеме испытаний и репрезентативности. Первичное описание исходных данных: группировка первичных результатов, статистические таблицы (простые и сложные), правило построения вариационных рядов распределения, интервальных вариационных рядов. Графическое представление экспериментальных данных (полигон частот, гистограмма).	Мультимедиа	Интерактивная лекция № 1, 2ч	да
2	Тема 1.2. Меры центральной тенденции. Меры изменчивости. Нормальное распределение. Асимметрия и эксцесс. Проверка нормальности распределения.	Мультимедиа	Интерактивная лекция № 2, 2ч	да
3	Тема 1.3. Статистическая значимость. Статистические гипотезы: нулевая и альтернативная. Принятие и опровержение гипотез. Классификация и назначение критериев.	Мультимедиа	Интерактивная лекция № 3, 2ч	да
4	Тема 2.1. Корреляция. Задачи корреляционного анализа. Построение корреляционного поля: определение формы, направления и степени взаимосвязи. Классификация коэффициентов корреляции по силе и значимости. Коэффициент линейной корреляции. Уровень значимости корреляции. Ошибка коэффициента корреляции Регрессионный анализ. Коэффициент детерминации. Ранговая корреляция. Непараметрический метод ранговой корреляции по Спирмену. Непараметрический коэффициент корреляции τ -Кендала.	Мультимедиа	Интерактивная лекция № 4, 2ч	да
5	Тема 3.2. Оценка достоверности различий: Т-критерий Стьюдента для несвязанных (независимых) измерений, F-критерий Фишера, многофункциональный критерий ϕ -Фишера, U-критерий Манна-Уитни, Q-критерий Розенбаума	Мультимедиа	Интерактивная лекция № 5, 2ч	да

6	Тема 1.2. Решение ситуационных задач с применением сравнительного анализа вариации для не сгруппированных данных, на основе методов описательной статистики: нахождение среднего арифметического значения, моды, медианы, размаха, дисперсии, стандартного отклонения, коэффициента вариации, ошибки средней арифметической. Оценка среднего арифметического. Анализ полученных результатов.	Калькулятор, Сборник задач, Таблицы	Практическое занятие с анализом ситуаций № 1, 2ч	да
7	Тема 1.2. Решение ситуационных задач с применением сравнительного анализа вариации для сгруппированных в интервалы данных, на основе методов описательной статистики: нахождение среднего арифметического значения, моды, медианы, размаха, дисперсии, стандартного отклонения, коэффициента вариации, ошибки средней арифметической. Оценка среднего арифметического. Анализ полученных результатов.	Калькулятор, Сборник задач, Таблицы	Практическое занятие с анализом ситуаций № 2, 2ч	да
8	Тема 1.2. Решение ситуационных задач, основанных на вычислении асимметрии и эксцесса. Проверка нормальности распределения данных. Анализ полученных результатов. Нахождение показателей относительной величины структуры (доли). Сравнение по средним показателям. Сравнение по средним, представленным в различных единицах измерения. Сравнение средних и оценка темпов прироста исследуемых параметров.	Калькулятор, Сборник задач, Таблицы	Практическое занятие с анализом ситуаций № 3, 2ч	да
9	Тема 1.3. Статистическая значимость. Статистические гипотезы: нулевая и альтернативная. Принятие и опровержение гипотез. Степени свободы. Точечные и интервальные оценки. Определение необходимого объема выборки для получения оценок заданной точности. Классификация и назначение критериев.	Калькулятор, Сборник задач, Таблицы	Практическое занятие в форме групповой дискуссии № 4, 1ч	да
	Контрольная работа № 1 в виде тестовых заданий на тему: «Основы математической статистики»	Калькулятор, Таблицы, Контрольная работа №1 (в распеч. виде для кажд. студента)	Практическое занятие № 4, 1ч	да
10	Тема 2.1. Решение ситуационных задач с применением корреляционного анализа: составление диаграмм корреляционной зависимости. Вычисление коэффициента линейной корреляции (коэффициент корреляции Пирсона), определение направления и степени взаимосвязи, уровня статистической значимости. Расчет коэффициента детерминации и ошибки коэффициента корреляции. Анализ полученных результатов.	Калькулятор, Сборник задач, Таблицы	Практическое занятие с анализом ситуаций № 5, 2ч	да
11	Тема 2.1. Решение ситуационных задач с применением регрессионного анализа: расчет формул линейной регрессии и графическое представление результатов анализа. Коэффициент детерминации. Анализ полученных результатов.	Калькулятор, Сборник задач, Таблицы	Практическое занятие с анализом ситуаций № 6, 2ч	да
12	Тема 2.1. Решение ситуационных задач с	Калькулятор,	Практическое	

	применением ранговой корреляции по Спирмену для несвязанных и связанных рангов и ранговой корреляции т-Кендала. Анализ полученных результатов.	Сборник задач, Таблицы	занятие с анализом ситуаций № 7, 2ч	да
13	Тема 3.1. Решение ситуационных задач с использованием критерия χ^2 : сравнение эмпирического и равномерного распределений; сравнение эмпирических распределений. Анализ полученных результатов. Вычисление коэффициентов номинальной корреляции (коэффициент многоклеточной сопряженности С-Пирсона, коэффициент «фи-корреляции» Пирсона).	Калькулятор, Сборник задач, Таблицы	Практическое занятие с анализом ситуаций № 8, 2ч	да
14	Тема 3.2. Решение ситуационных задач на сравнение средних с помощью экспертных оценок; с использованием Т-критерия Уайта, критерия ϕ -Фишера.	Калькулятор, Сборник задач, Таблицы	Практическое занятие с анализом ситуаций № 9, 2ч	да
15	Тема 3.2. Решение ситуационных задач с использованием критериев: t- критерия Стьюдента для несвязанных (независимых) измерений, F-критерия Фишера.	Калькулятор, Сборник задач, Таблицы	Практическое занятие с анализом ситуаций № 10, 2ч	да
16	Тема 3.2. Решение ситуационных задач с использованием: U-критерия Манна-Уитни, Q-критерия Розенбаума. Анализ полученных результатов.	Калькулятор, Сборник задач, Таблицы	Практическое занятие с анализом ситуаций № 11, 2ч	да
17	Тема 3.3. Решение ситуационных задач с применением t-критерия Стьюдента для связанных (зависимых) измерений, G - критерия-знаков. Анализ полученных результатов.	Калькулятор, Сборник задач, Таблицы	Практическое занятие с анализом ситуаций № 12, 2ч	да
18	Тема 3.3. Решение ситуационных задач с применением t – критерия Вилкоксона - рангового критерия для повторных измерений. Анализ полученных результатов.	Калькулятор, Сборник задач, Таблицы	Практическое занятие с анализом ситуаций № 13, 1ч	да
	Контрольная работа № 2 в виде тестовых заданий на тему: «Корреляция и регрессия. Методы проверки статистических гипотез»	Калькулятор, Таблицы, Контрольная работа №2 (в распеч. виде для кажд. студента)	Практическое занятие № 13, 1ч	да

Контрольная работа № 1 на тему: «Основы математической статистики»**Вариант 1**

Вопрос 1. Какое из утверждений относительно генеральной и выборочной совокупностей является верным?

- а) выборочная совокупность – часть генеральной
- б) генеральная совокупность – часть выборочной
- в) выборочная и генеральная совокупности равны по численности
- г) правильный ответ отсутствует

Вопрос 2. Сумма частот признака равна:

- а) объему выборки n
- б) среднему арифметическому значений признака
- в) нулю
- г) единице

Вопрос 3. Для того, чтобы по выборке можно было судить о случайной величине, выборка должна быть ...

- а) бесповторной;
- б) повторной;
- в) безвозвратной;
- г) репрезентативной

Вопрос 4. Какое из следующих измерений относится к классу порядка измерительных шкал:

- а) числа, кодирующие темперамент;
- б) академический ранг как мера продвижения по службе;
- в) метрическая система измерения расстояния;
- г) телефонные номера.

Вопрос 5. К качественным видам относится следующий признак:

- а) рост человека;
- б) цвет волос;
- в) вес человека
- г) телефонные номера

Вопрос 6. Выберите номер неправильного ответа. Существуют следующие способы отбора выборочной совокупности:

- а) простой случайный;
- б) типический;
- в) механический;
- г) серийный;
- д) вариационный

Вопрос 7. Ранжированный ряд - это распределение отдельных единиц совокупности в порядке.....исследуемого признака:

- а) варьирования
- б) сочетания;
- в) возрастания (убывания)
- г) чередования

Вопрос 8. Разбивка вариант на отдельные интервалы называется:

- а) варьированием;
- б) ранжированием;
- в) сочетанием;
- г) группировкой

Вопрос 9. Отношение частоты данного варианта к общей сумме частот всех вариантов называется:

- а) группой;
- б) вариацией;
- в) частотой;
- г) частотой

Вопрос 10. 3,1,3,1,4,2,2,4,0,3,0,2,2,0,2 – выборка. 0,0,0,1,1,2,2,2,2,3,3,3,4,4 - ?

- а) ранжированный ряд;
- б) полигон;
- в) группа;
- г) вариационный ряд.

x_i	1	2	3
n_i	4	5	1

Вопрос 11. Данная таблица является вариационным рядом следующей выборки:

- а) 1,1,1,2,2,2,3,2,2,2;
- б) 3,1,1,1,2,2,2,2,1;
- в) 1,2,1,1,2,3,2,2,1,2;
- г) 1,1,1,3,3,2,1,2,2,2.

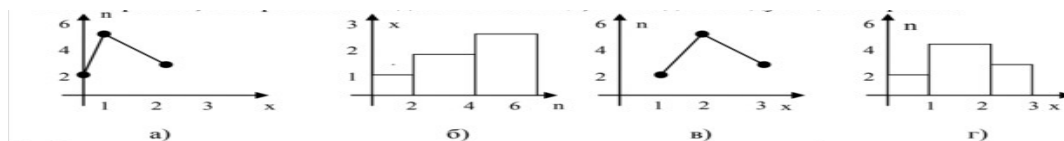
Вопрос 12. Ломаная, отрезки которой соединяют точки с координатами (x_i, n_i) , где x_i – значение вариационного ряда, n_i – частота, – это:

- а) гистограмма
- б) эмпирическая функция распределения
- в) полигон
- г) кумулята

x_i	(0,1)	(1,2)	(2,3)
n_i	2	5	3

Вопрос 13. Гистограмма, построенная по данной таблице

выглядит



Вопрос 14. Среднее арифметическое значение совокупности это:

- а) значение признака в середине вариационного ряда;
- б) полуразность максимального и минимального значений вариационного ряда;
- в) полусумма максимального и минимального значений вариационного ряда;
- г) отношение суммы всех величин совокупности к их общему числу.

Вопрос 15.

x_i	1	2	4
n_i	6	3	1

$\bar{x} =$

- а) 16; б) 10; в) 1,6; г) 7.

Вопрос 16. Вариант, которому соответствует наибольшая частота называют _____ вариационного ряда
а) медианой; б) модой; в) вариантом; г) дисперсией

Вопрос 17. Мода вариационного ряда 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 7, 7, 8, 9 равна ...

- а) 7; б) 8; в) 2; г) 4.

Вопрос 18. Численность упорядоченного ряда делит пополам:

- а) мода; б) средняя арифметическая; в) средняя гармоническая; г) медиана

Вопрос 19.

x_i	1	2	4
n_i	6	3	1

$Me =$

- а) 4; б) 1; в) 6; г) 2,5.

Вопрос 20. Размах – это:

- а) разница между максимальным и минимальным значениями;
б) максимальное значение признака совокупности;
в) среднее арифметическое значение совокупности;
г) минимальное значение признака совокупности.

Вопрос 21. Дисперсия вариационного ряда характеризует:

- а) среднее значение индивидуальных признаков;
б) рассеяние индивидуальных значений признаков от среднего значения;
в) среднеквадратическое отклонение.
г) размах вариационного ряда

Вопрос 22. Дисперсию для $n \leq 30$ вычисляют по формуле:

а) $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ б) $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{\bar{x}}$ в) $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i + \bar{x})^2}{n+1}$ г) $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i + \bar{x})^2}{\bar{x}}$

Вопрос 23. Ошибка средней арифметической выборки ($n \leq 30$) вычисляется по формуле:

а) $S_{\bar{x}} = \frac{n}{\sqrt{\sigma}}$ б) $S_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n+1}}$ в) $S_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}$ г) $S_{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\sigma}}{n-1}$

Вопрос 24. Величина, характеризующая асимметрию распределения данной случайной величины.

- а) коэффициент асимметрии б) момент случайной величины
в) коэффициент эксцесса г) математическое ожидание

Вопрос 25. При левосторонней асимметрии ее показатель является:

- а) положительным б) отрицательным в) равен нулю г) равен единице

Вопрос 26. Показатель эксцесса рассчитывается по формуле:

а) $E = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n \cdot \sigma^2} - 2$ б) $E = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4}{n \cdot \sigma^4} - 3$ в) $E = \frac{\sum (x_i + \bar{x})^3}{n \cdot \sigma^3} - 3$ г) $E = \frac{\sum (x_i + \bar{x})^3}{\sigma^3} + 3$

Вопрос 27. Считается ли распределение признака нормальным, если $n = 10$, $A_{\text{эмп.}} = 0,6$, $E_{\text{эмп.}} = 0,4$

- а) да б) нет

Ответ обоснуйте.

Вопрос 28. Статистической гипотезой называют:

- а) предположение относительно статистического критерия;
б) предположение относительно параметров или вида закона распределения генеральной совокупности;
в) предположение относительно объема генеральной совокупности;
г) предположение относительно объема выборочной совокупности.

Вопрос 29. С помощью чего проверяются статистические гипотезы:

- а) статистик; б) параметров; в) экспериментов; г) наблюдения.

Вопрос 30. Уровень статистической значимости $p=0,001$ является:

- а) низким б) средним в) высоким г) нет такого уровня статистической значимости

Вариант 2

Вопрос 1. Предметом математической статистики является изучение ...

- а) случайных величин по результатам наблюдений; б) случайных явлений;
в) совокупностей; г) числовых характеристик.

Вопрос 2. Совокупность всех возможных объектов данного вида, над которыми проводятся наблюдения с целью получения конкретных значений определенной случайной величины называется ...

- а) выборкой; б) вариантами; в) генеральной совокупностью; г) выборочной совокупностью

Вопрос 3. Репрезентативность выборки обеспечивается:

- а) случайностью отбора; б) таблицей; в) вариацией; г) группировкой.

Вопрос 4. Какую шкалу используют при измерении времени:

- а) интервальную; б) отношений; в) Чеддока; г) номинативную

Вопрос 5. К количественным видам относятся следующий признак:

- а) рост человека; б) цвет волос; в) цвет глаз; г) марка машины

Вопрос 6. Различные значения признака (случайной величины X) называются:

- а) частостями; б) частотами; в) вариантами; г) выборкой.

Вопрос 7. 3,1,3,1,4,2,2,4,0,3,0,2,2,0,2 – выборка. 0,1,2,3,4 – ?

- а) ряд; б) варианты; в) частоты; г) частости.

Вопрос 8. Числа, показывающие, сколько раз встречаются варианты из данного интервала, называются:

- а) группами; б) вариациями; в) частотами; г) частостями.

Вопрос 9. 3,1,3,1,4,2,2,4,0,3,0,2,2,0,2 – выборка. Частость варианты 2 составляет:

- а) 5; б) 1/3; в) 1/5; г) 3.

Вопрос 10. Ранжированный ряд вариантов с соответствующими им весами называют:

- а) группировкой; б) выборкой; в) функцией; г) вариационным рядом.

x_i	0	1	2	3
n_i	7	8	19	6

Вопрос 11. Данная таблица является примером ...

- а) интервального ряда; б) кумуляты; в) дискретного ряда; г) выборочной функции

Вопрос 12.

Гистограмма служит для изображения:

- а) интервального ряда; б) полигона; в) дискретного ряда; г) кумуляты.

Вопрос 13.

x_i	1	3	5
n_i	2	4	3

Полигоном данного ряда

является

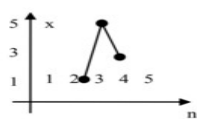


Рис. а)

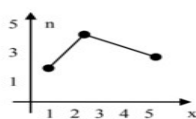


Рис. б)

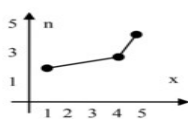


Рис. в)

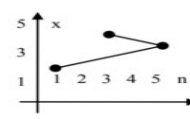


Рис. г)

Вопрос 14. Среднюю арифметическую вариационного ряда можно вычислить по формуле:

- а) $x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_m n_m$; б) $\frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_m n_m}{n}$
в) $\frac{x_1 n_1 + x_m n_m}{n}$; г) $\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_m}{n}$.

Вопрос 15. Среднее арифметическое данных: 10, 9, 9, 8, 10, 9, 8, 10, 9, 6 равно:

- а) 10 б) 8,2 в) 8,8 г) 9

Вопрос 16. Мода — это:

- а) максимальное значение признака совокупности;
б) наиболее часто встречающееся значение признака;
в) среднее арифметическое значение совокупности;
г) минимальное значение признака совокупности.

Вопрос 17.

x_i	1	2	4
n_i	6	3	1

а) 1; б) 6; в) 4; г) 3.

Вопрос 18. Медианой вариационного ряда называется значение признака, приходящееся на ранжированного ряда наблюдений.

а) минимум; б) максимум; в) начало; г) середину

Вопрос 19. Медиана вариационного ряда 2, 1, 2, 4, 3, 4, 7, 4, 7, 8, 9 равна ...

а) 4; б) 7 в) 8 г) 9

Вопрос 20. Размах вариационного ряда 104, 87, 101, 130, 148, 92, 97, 105, 134, 121 равен:

а) 61; б) 60; в) 75; г) 30

Вопрос 21. Среднее квадратическое отклонение — это:

а) квадрат размаха вариационного ряда; б) корень квадратный из дисперсии;

в) квадрат коэффициента вариации; г) квадратный корень из величины размаха вариации.

Вопрос 22. Среднее квадратическое отклонение для $n \leq 30$ вычисляют по формуле:

а) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ б) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{\bar{x}}}$ в) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i + \bar{x})^2}{n+1}}$ г) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i + \bar{x})^2}{\bar{x}}}$

Вопрос 23. Коэффициент вариации определяется по формуле:

а) $V = \frac{\bar{x}}{n} * 100\%$ б) $V = \frac{\bar{x}}{\sigma} * 100\%$ в) $V = \frac{\sigma^2}{\bar{x}} * 100\%$ г) $V = \frac{\sigma}{\bar{x}} * 100\%$

Вопрос 24. Меру остроты пика распределения случайной величины определяет:

а) коэффициент асимметрии б) момент случайной величины

в) коэффициент эксцесса г) математическое ожидание

Вопрос 25. У высоковершинных (островершинных) распределений показатель эксцесса

а) положительный; б) отрицательный; в) равен нулю

Вопрос 26. Показатель асимметрии рассчитывается по формуле:

а) $A = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n \cdot \sigma^2}$ б) $A = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3}{n \cdot \sigma^3}$ в) $A = \frac{\sum (x_i + \bar{x})^3}{n \cdot \sigma^3}$ г) $A = \frac{\sum (x_i + \bar{x})^3}{\sigma^3}$

Вопрос 27. Считается ли распределение признака нормальным, если $n = 20$, $A_{\text{эмп.}} = 0,5$, $E_{\text{эмп.}} = 0,6$

а) да б) нет

Ответ обоснуйте.

Вопрос 28. При проверке статистической гипотезы, ошибка первого рода - это:

а) принятие нулевой гипотезы, которая в действительности является неверной

б) отклонение альтернативной гипотезы, которая в действительности является верной

в) принятие альтернативной гипотезы, которая в действительности является неверной

г) отклонение нулевой гипотезы, которая в действительности является верно

Вопрос 29. По поводу чего выдвигаются статистические гипотезы:

а) понятий; б) статистик; в) выборок; г) параметров.

Вопрос 30. При каком минимальном уровне значимости принято отвергать нулевую гипотезу?

а) 5% уровень б) 7 % уровень в) 9 % уровень г) 10% уровень

Контрольная работа № 2 «Корреляция и регрессия. Методы проверки статистических гипотез»

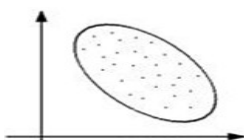
Вариант 1

Вопрос 1. Парная корреляция – это зависимость, при которой результативный признак Y зависит от:

а) одного факторного признака X б) множества факторных признаков

в) совокупности пар г) двух факторных признаков

Вопрос 2. По графику корреляционной зависимости определить направление и степень взаимосвязи признаков



а) положительная средняя

б) отрицательная слабая

в) положительная слабая

г) отрицательная средняя

Вопрос 3. При каком значении линейного коэффициента корреляции связь между Y и X можно признать более существенной:

а) $r_{yx} = 0,6$;б) $r_{yx} = 0,14$;в) $r_{yx} = -0,9$;г) $r_{yx} = 0,7$

Вопрос 4. Коэффициент корреляции Пирсона рассчитывается по формуле:

$$\begin{aligned} \text{а) } R_{xy} &= \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{(n-1)\sigma_x \sigma_y} & \text{б) } R_{xy} &= \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{(n-1)} & \text{в) } R_{xy} &= \frac{\sum (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{(n-1)\sigma_x \sigma_y} & \text{г) } \\ R_{xy} &= \frac{\sum (x_i - \bar{X})}{n-1} \end{aligned}$$

Вопрос 5. Между результатом в беге на 30 м и прыжком в длину с разбега был рассчитан коэффициент детерминации 46,2%. Это означает, что:

а) только 53,8% взаимосвязи спортивных результатов объясняется их взаимовлиянием

б) только 46,2 % взаимосвязи спортивных результатов объясняется их взаимовлиянием

в) только 46,2 % объясняется влиянием других неучтенных факторов.

г) более 53,8% взаимосвязи спортивных результатов объясняется их взаимовлиянием

Вопрос 6. Коэффициент ранговой корреляции – это коэффициент:

а) Фишера;

б) Стьюдента;

в) Пирсона;

г) Спирмена.

Вопрос 7. Коэффициент корреляции т-Кендала находится по формуле:

$$\begin{aligned} \text{а) } \tau &= 1 - \frac{6 \cdot Q}{n(n+1)} & \text{б) } \tau &= 1 - \frac{4 \cdot Q}{n(n-1)} & \text{в) } \tau &= 1 - \frac{4 \cdot Q}{n-1} & \text{г) } \tau &= 1 - \frac{6 \cdot Q}{(n-1)(n+1)} \end{aligned}$$

Вопрос 8. Эксперт ранжирует 10 учащихся по степени проявления агрессии по отношению к учителю (X) и к одноклассникам (Y). Его интересует, есть ли связь между этими признаками X и Y. Эту связь можно измерить при помощи:

а) коэффициента ранговой корреляции Спирмена

б) критерия согласия Хи-квадрат

в) F-Критерий Фишера

г) критерия Стьюдента

Вопрос 9. Задачей регрессионного анализа является:

а) определение формы связи между факторным и результативным признаками

б) установление тесноты связи между факторным и результативным признаками

в) вычисление ошибки показателя тесноты связи

г) определение доверительного интервала для показателя тесноты связи

Вопрос 10. Коэффициент регрессии определяется по формуле:

$$\begin{aligned} \text{а) } b_y &= R_{xy} \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} & \text{б) } b_y &= R_{xy} \cdot \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} & \text{в) } b_y &= R_{xy} \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} & \text{г) } \\ b_y &= R_{xy} \cdot \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} \end{aligned}$$

Вопрос 11. Формула для определения коэффициента сопряженности:

$$a) K_C = \frac{bc-ad}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}}$$

$$б) K_C = \frac{ad-bc}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}}$$

$$в) K_C = \frac{ad+bc}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}}$$

$$г) K_C = \frac{ab+cd}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}}$$

Вопрос 12. Для расчета согласия эмпирического распределения и предполагаемого теоретического применяют критерий:

- а) Хи-квадрат; б) Манна-Уитни; в) Вилкоксона; г) Стьюдента

Вопрос 13. Рассмотрим две группы спортсменов, которые тренировались по различным методикам. Первая – по экспериментальной, а вторая – по традиционной. Эффективность методик оценивалась по результатам выполнения контрольного упражнения после цикла тренировок. Результаты выполнения контрольного упражнения в баллах представлены в таблице.

1 группа	9,3	9,0	9,4	8,9	9,3	9,5	9,2	9,0	9,2	9,3
2 группа	9,0	9,1	8,7	8,9	9,0	8,8	9,2	8,8	9,0	8,9

Имеются ли статистически значимые различия между обеими группами при выполнении контрольного упражнения?

Эту задачу нужно решать при помощи:

- а) критерия Манна-Уитни; б) критерия Т-Вилкоксона
в) критерия Г – знаков; г) коэффициента ранговой корреляции Спирмена

Вопрос 14. Формула расчета Хи-квадрат имеет вид:

$$a) \chi^2 = \sum \frac{(f_{\text{эмп}} - f_{\text{т}})^2}{f_{\text{эмп}}} \quad б) \chi^2 = \sum \frac{(f_{\text{т}} - f_{\text{эмп}})^2}{f_{\text{эмп}}} \quad в) \chi^2 = \sum \frac{(f_{\text{эмп}} - f_{\text{т}})^2}{f_{\text{т}}^2} \quad г) \chi^2 = \sum \frac{(f_{\text{эмп}} - f_{\text{т}})^2}{f_{\text{т}}}$$

Вопрос 15. F-Критерий Фишера является:

- а) параметрическим и применяется для двух независимых выборок
б) параметрическим и применяется для двух зависимых выборок
в) непараметрическим и применяется для двух независимых выборок
г) непараметрическим и применяется для двух зависимых выборок

Вопрос 16. Критерий t-Стьюдента для зависимых выборок имеет следующую формулу:

$$a) t = \left| \frac{\bar{x}_d}{\sigma_d / \sqrt{n}} \right| \quad б) t = \left| \frac{\bar{x}_d}{\sigma_d \cdot \sqrt{n}} \right| \quad в) t = \left| \frac{\bar{x}_d}{\sigma_d^2 / n} \right| \quad г) t = \left| \frac{\bar{x}_d}{\sigma_d / \sqrt{n}} \right|$$

Вопрос 17. Группа спортсменов прошла тренировочный цикл. До и после цикла тренировок были проведены контрольные тесты, результаты которых приведены в таблице:

До	240	250	270	240	240	250	260	240	240	220
После	280	270	260	280	260	290	250	220	270	260

Определить, значимо ли изменилась спортивная подготовка группы?

Сформулируйте альтернативную гипотезу для данной задачи:

- а) H_1 : интенсивность сдвигов в сторону улучшения результатов тестирования не превышает интенсивность сдвигов в сторону их ухудшения
б) H_1 : интенсивность сдвигов в сторону улучшения результатов тестирования превышает интенсивность сдвигов в сторону их ухудшения
в) H_1 : связь между результатами до и после цикла тренировок не отличается от нуля
г) H_1 : связь между результатами до и после цикла тренировок отличается от нуля

Вопрос 18. В каком случае следует использовать Критерий ф – Фишера:

- а) только для зависимых выборок; б) только для независимых выборок;
в) для зависимых и не зависимых выборок г) для определения связи между признаками

Вопрос 19. Статистический критерий Q-Розенбаума является

- а) параметрическим и применяется для двух независимых выборок
- б) параметрическим и применяется для двух зависимых выборок
- в) непараметрическим и применяется для двух независимых выборок
- г) непараметрическим и применяется для зависимых выборок

Вопрос 20. У двух групп спортсменов ($n_x = 16, n_y = 13$), тренирующихся по различным методикам, были

получены следующие статистические характеристики: $\bar{X} = 13$ с; $\bar{Y} = 14$ с; $\sigma_x^2 = 0,41$, $\sigma_y^2 = 0,39$. Обе выборки извлечены из нормальных совокупностей. С помощью критерия Стьюдента выявить, существуют ли статистически достоверные различия в результатах этих групп?

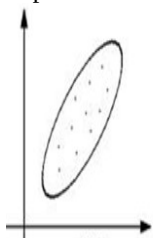
- а) H_1 : Существуют статистически достоверные различия между группами $\alpha < 0,05$;
- б) H_1 : Существуют статистически достоверные различия между группами $\alpha < 0,01$;
- в) H_1 : Существуют статистически достоверные различия между группами $\alpha < 0,001$;
- г) H_0 : Отсутствуют статистически достоверные различия между группами.

Вариант 2

Вопрос 1. Корреляция – это...

- а) разность между максимальным и минимальным значениями
- б) согласованность изменения признаков
- в) показатель симметричности кривой распределения
- г) одна из характеристик выборки

Вопрос 2. По графику корреляционной зависимости определить направление и степень взаимосвязи признаков



- а) положительная слабая
- б) отрицательная слабая
- в) положительная сильная
- г) отрицательная сильная

Вопрос 3. Коэффициент корреляции может принимать значение :

- а) от -1 до +1
- б) от 0 до +1
- в) от -1 до 0
- г) от +1 до +2

Вопрос 4. Коэффициент детерминации (D) вычисляют по формуле:

- а) $D = R_{xy} \cdot 100\%$
- б) $D = R_{xy}^2 \cdot 100\%$
- в) $D = R_{xy} \cdot \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} \cdot 100\%$
- г) $D = R_{xy} \cdot \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} \cdot 100\%$

Вопрос 5. Коэффициент линейной корреляции – это коэффициент:

- а) Фишера;
- б) Стьюдента;
- в) Пирсона;
- г) Спирмена.

Вопрос 6. Коэффициент корреляции Спирмена рассчитывается по формуле:

- а) $R_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{n \cdot (n-1)(n+1)}$
- б) $R_s = \frac{3 \cdot \sum d^2}{(n-1)(n+1)}$
- в) $R_s = 1 - \frac{4 \cdot \sum d^2}{(n-1)^2}$
- г) $R_s = \frac{\sum d^2}{6 \cdot (n-1)(n+1)}$

Вопрос 7. Уровень значимости коэффициента корреляции определяется по формуле:

$$\text{а) } T_{\text{эмп}} = |r| \sqrt{\frac{n-1}{1-r^2}} \quad \text{б) } T_{\text{эмп}} = |r| \sqrt{\frac{n-2}{1+r^2}} \quad \text{в) } T_{\text{эмп}} = |r| \sqrt{\frac{n-1}{r^2}} \quad \text{г) } T_{\text{эмп}} = |r| \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$$

Вопрос 8. Выберите правильный вариант ответа.

У группы испытуемых при помощи коэффициента ранговой корреляции Спирмена выявлена статистически значимая сильная обратная связь между интеллектом (X) и временем решения анаграммы (Y).

Это означает:

- а) чем выше показатели по X, тем ниже показатели по Y
- б) чем выше показатели по X, тем выше показатели по Y
- в) высоким показателям по X соответствуют как высокие, так и низкие показатели по Y, и наоборот, низким показателям по X соответствуют как высокие, так и низкие показатели по Y
- г) чем ниже показатели по X, тем ниже показатели по Y

Вопрос 9. Регрессионный анализ используется для изучения взаимосвязи между величинами, измеренными в ...

- а) номинативной шкале
- б) ранговой шкале
- в) интервальной шкале
- г) дихотомической шкале

Вопрос 10. Математическое выражение корреляционной зависимости описывается уравнением регрессии:

- а) $y = a + b \cdot x$;
- б) $y = 2 \cdot x^2 / a$;
- в) $y = xy + 3b - 2x$;
- г) $y = 2a - b \cdot x$

Вопрос 11. Формула для определения коэффициента ассоциации:

$$\text{а) } K_A = \frac{bc - ad}{ad + bc} \quad \text{б) } K_A = \frac{ad + bc}{ad - dc} \quad \text{в) } K_A = \frac{ad + bc}{ab - cd} \quad \text{г) } K_A = \frac{ad - bc}{ad + bc}$$

Вопрос 12. Критерий ϕ -Фишера

$$\begin{aligned} \text{а) } \phi_{\text{эмп}} &= |\phi_1 + \phi_2| \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}, & \text{б) } \phi_{\text{эмп}} &= |\phi_1 - \phi_2| \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} \\ \text{в) } \phi_{\text{эмп}} &= |\phi_1 - \phi_2| \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 - n_2}} & \text{г) } \phi_{\text{эмп}} &= |\phi_1 + \phi_2| \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} \end{aligned}$$

Вопрос 13. Критерий U-Манна-Уитни является

- а) параметрическим и применяется для двух независимых выборок
- б) параметрическим и применяется для двух зависимых выборок
- в) непараметрическим и применяется для двух независимых выборок
- г) непараметрическим и применяется для зависимых выборок

Вопрос 14. Преподавателю интересно узнать, зависит ли способ получения информации от образования людей. Опрос 400 респондентов показал результаты, приведенные в таблице. Проверьте утверждение, что способ получения информации не зависит от образования.

	Телевидение	Газеты	Другое
Среднее	159	90	51
Высшее	27	42	31

Эту задачу нужно решать при помощи:

- а) критерия однородности Хи-квадрат
- б) критерия Стьюдента для независимых выборок
- в) критерия Манна - Уитни
- г) критерия Краскела - Уоллиса

Вопрос 15. Критерий Т-Вилкоксона является непараметрическим

- а) параметрическим и применяется для двух независимых выборок
- б) параметрическим и применяется для двух зависимых выборок
- в) непараметрическим и применяется для двух независимых выборок
- г) непараметрическим и применяется для зависимых выборок

Вопрос 16. Критерий t-Стьюдента для независимых выборок имеет следующую формулу:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} \quad t = \frac{|\bar{X} + \bar{Y}|}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}} & \text{б)} \quad t = \frac{|\bar{X} - \bar{Y}|}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}} & \text{в)} \quad t = \frac{|\bar{X} - \bar{Y}|}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}} & \text{г)} \quad t = \frac{|\bar{X} + \bar{Y}|}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}}
 \end{array}$$

Вопрос 17. Две группы пловцов выполняют контрольное проплывание на дистанцию 50 м на время.

Получены следующие статистические характеристики: $\bar{X} = 35,4$ с; $\bar{Y} = 34$ с; $\sigma_x^2 = 0,96$;

$\sigma_y^2 = 0,86$; $n_x = 31$; $n_y = 25$. Определить однородны ли группы между собой.

Сформулируйте нулевую гипотезу для данной задачи:

а) H_0 : Группы однородны между собой: $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$

б) H_0 : Группы однородны между собой: $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$

в) H_0 : Группы неоднородны между собой: $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$

г) H_0 : Группы неоднородны между собой: $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$

Вопрос 18. Статистический критерий G –знаков является

а) параметрическим и применяется для двух независимых выборок

б) параметрическим и применяется для двух зависимых выборок

в) непараметрическим и применяется для двух независимых выборок

г) непараметрическим и применяется для зависимых выборок

Вопрос 19. У двух групп спортсменов ($n_1 = 15$, $n_2 = 17$), тренирующихся по различным методикам, были измерены некоторые показатели. Можно ли утверждать, что одна из групп превосходит другую по уровню измеренного признака?

Сформулируйте альтернативную гипотезу для данной задачи:

а) H_1 : спортсмены первой группы превосходят спортсменов второй группы по уровню измеренного признака

б) H_1 : спортсмены первой группы не превосходят спортсменов второй группы по уровню измеренного признака

в) H_1 : группы не однородны между собой

г) H_1 : существует корреляционная связь между группами

Вопрос 20. Группа школьников ($n = 16$) в течение летних каникул находилась в спортивном лагере. До и после сезона у них измерили жизненную емкость легких (ЖЕЛ). Были получены следующие статистические характеристики: $\bar{X}_d = 150$, $\sigma_d = 142$. Определите, значимо ли изменился этот показатель под влиянием интенсивных упражнений.

а) H_1 : Наблюдаемое различие по показателю ЖЕЛ является статистически значимым на уровне значимости $p < 0,05$;

б) H_1 : Наблюдаемое различие по показателю ЖЕЛ является статистически значимым на уровне значимости $p < 0,01$;

в) H_1 : Наблюдаемое различие по показателю ЖЕЛ является статистически значимым на уровне значимости $p < 0,001$;

г) H_0 : Отсутствуют статистически достоверные различия по показателю ЖЕЛ.

Методические указания для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья

Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптируется при необходимости для лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) или инвалидностью и дополняется нижеследующими особенностями при ее освоении такими обучающимися. Используются следующие образовательные технологии с учетом их адаптации для лиц с ОВЗ или инвалидностью:

Образовательные технологии	Цель	Адаптированные методы
Проблемное обучение	Развитие познавательной способности, активности, творческой самостоятельности лиц с ОВЗ или инвалидностью	Поисковые методы, постановка познавательных задач с учетом индивидуального социального опыта и особенностей лиц с ОВЗ или инвалидностью
Концентрированное обучение	Создание блочной структуры учебного процесса, наиболее отвечающей особенностям здоровья лиц с ОВЗ или инвалидностью	Методы, учитывающие динамику и уровень работоспособности лиц с ОВЗ или инвалидностью
Модульное обучение	Гибкость обучения, его приспособление к индивидуальным потребностям лиц с ОВЗ или инвалидностью	Индивидуальные методы обучения: индивидуальный темп и график обучения с учетом уровня базовой подготовки лиц с ОВЗ или инвалидностью
Дифференцированное обучение	Создание оптимальных условий для выявления индивидуальных интересов и способностей лиц с ОВЗ или инвалидностью	Методы индивидуального личностно-ориентированного обучения с учетом ОВЗ и личностных психолого-физиологических особенностей
Развивающее обучение	Ориентация учебного процесса на потенциальные возможности лиц с ОВЗ или инвалидностью	Вовлечение обучающихся с ОВЗ и инвалидов в различные виды деятельности, развитие сохранных возможностей
Социально-активное, интерактивное обучение	Моделирование предметного и социального содержания учебной деятельности лиц с ОВЗ или инвалидностью	Методы социально-активного обучения, игровые методы с учетом социального опыта лиц с ОВЗ или инвалидностью
Рефлексивное обучение, развитие критического мышления	Интерактивное вовлечение лиц с ОВЗ или инвалидностью в групповой образовательный процесс	Интерактивные методы обучения, вовлечение лиц с ОВЗ или инвалидностью в различные

		виды деятельности, создание рефлексивных ситуаций по развитию адекватного восприятия собственных особенностей
--	--	---

Имеется возможность беспрепятственного доступа обучающихся с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, в учебные помещения и другие помещения ФГБОУ ВО «ВЛГАФК» (на первые этажи) (имеются пандусы, поручни, расширенные дверные проёмы) по адресам:

182105, Псковская область, г Великие Луки, пл. Юбилейная, д 4;

182105, Псковская область, г. Великие Луки, пл. Юбилейная, д.4, корп 1.

Имеется возможность их пребывания в указанных помещениях. Лифтов нет. Аудитории для проведения учебных занятий с такими обучающимися располагаются на первых этажах.

Образовательные технологии применяются как с использованием универсальных, так и специальных информационных и коммуникационных средств, в зависимости от вида и характера ограниченных возможностей здоровья или инвалидностью обучающихся.

На уровне специальных приемов, используемых при обучении лиц с ОВЗ и инвалидностью используются следующие: 1) приемы, обеспечивающие доступность учебной информации (рельефное письмо и осязательное чтение для обучающихся с нарушениями зрения, жестовая речь для обучающихся с нарушениями слуха, дозированность учебной нагрузки и др.); 2) специальные приемы организации обучения (алгоритмизация учебной деятельности с учетом особенностей нарушения, специфика структурного построения занятий, и др.). 3) логические приемы переработки учебной информации (конкретизация, установление аналогий по образцам, обобщение по доступным признакам изучаемых объектов и явлений и др.); 4) приемы использования технических средств, специальных приборов и оборудования (технические средства по перекодированию зрительной и слуховой информации в доступные для сохраненных анализаторов сигналы, использование приборов, усиливающих зрительную, тактильную, слуховую и др. информацию).

Проводится дополнительная индивидуальная работа с преподавателем (индивидуальные консультации), работа с лекционным и дополнительным материалом, беседа, морально-эмоциональная поддержка и стимулирование, индивидуальная учебная работа, то есть дополнительное разъяснение учебного материала и углубленное изучение материала с теми обучающимися, которые в этом заинтересованы, или им требуется проведение индивидуальной учебно-воспитательной работы.

Обучающимся осуществляется самостоятельная работа: работа с книгой и другими источниками информации, план-конспекты, реферативные (воспроизводящие), реконструктивно-вариативные, эвристические, творческие самостоятельные работы, проектные работы, онлайн технологии сети «Интернет».

Конкретные формы и виды контактной работы лиц с ОВЗ или инвалидностью устанавливаются преподавателем индивидуально для каждого обучающегося или, при возможности, для нескольких обучающихся. Выбор форм и видов контактной и самостоятельной работы лиц с ОВЗ или инвалидностью осуществляется с учетом их способностей, особенностей восприятия и готовности к освоению учебного материала. Формы работы устанавливаются с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, на компьютере или с использованием иной техники, в форме тестирования и т.п.). При необходимости обучающимся предоставляется дополнительное время для консультаций и выполнения заданий.

К реализации дисциплины (модуля), в том числе при процедуре оценки уровня сформированности компетенций (в соответствии с запросами обучающихся) привлекаются услуги ассистентов, сурдопереводчиков¹, специалистов² по специальным техническим и программным средствам обучения.

Обучение лиц с нарушениями слуха предполагает использование мультимедийных средств и других технических средств для приема-передачи учебной информации в доступных формах.

Для слабовидящих обучающихся предусмотрена возможность просмотра удаленных объектов (например, текста на доске или слайда на экране).

Обучение лиц с нарушениями зрения предполагает использование технических средств для приема-передачи учебной информации в доступных формах.

Для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата в учебных аудиториях выбирается место с возможностью беспрепятственного к нему доступа на инвалидной коляске.

Дополнительное учебно-методическое и информационное обеспечение, необходимое для освоения дисциплины (модуля):

- библиотечный фонд помимо учебной литературы включает справочно-библиографические и периодические издания в соответствии с перечнем указанным в рабочей программе дисциплины (модуля);

- обеспечивается доступ к ним обучающихся с ОВЗ и инвалидов с использованием специальных технических средств.

Дополнительное материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)³:

- Аппаратно-программный комплекс «Читающая машина» для лиц с нарушениями зрения;

- Увеличивающее телевизионное устройство для слабовидящих ElecGeste EM-302 для лиц с нарушениями зрения;

- использование звукоусиливающей аппаратуры для лиц с нарушениями слуха.

Использование оценочных средств для определения уровня сформированности компетенций обучающихся с ОВЗ и инвалидов проводится с учетом индивидуальных особенностей восприятия, переработки материала, выполнения заданий. Материалы оценочных средств при необходимости представляются обучающимся в печатном и (или) электронном, и (или) аудиоформате, т.е. в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

¹ ФГБОУ ВО «ВЛГАФК» заключён договор № б/н от 01.12.2017 года на оказание, в случае необходимости, услуг сурдопереводчика

² Приказом ректора № 201 от 25.10.2016 назначены ответственные за оказание технической помощи по каждому конкретному адресу (по каждому зданию)

³ 3 октября 2018 года заключено соглашение о сотрудничестве между ФГБОУ ВО «Российский государственный университет физической культуры, спорта, молодежи и туризма (ГЦОЛИФК)», утверждённым в качестве образовательной организации высшего образования, подведомственной Министерству спорта Российской Федерации, на базе которой создан Ресурсный учебно-методический центр (РУМЦ) по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, и ФГБОУ ВО «Великолукская государственная академия физической культуры и спорта». На основании пункта 3.1.4. этого соглашения о сотрудничестве РУМЦ предоставляет во временное пользование образовательной организации высшего образования технические средства обучения и оборудование Центра коллективного пользования для обучения студентов с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья.

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Текущий контроль результатов обучения осуществляется преподавателем в процессе проведения занятий семинарского типа, а также выполнения индивидуальных работ и домашних заданий, или в режиме тренировочного тестирования в целях получения информации о выполнении обучаемым требуемых действий в процессе учебной деятельности; правильности выполнения требуемых действий; соответствия формы действия данному этапу усвоения учебного материала, что позволяет своевременно выявить затруднения и отставание обучающихся с ОВЗ и инвалидов и внести коррективы в учебный процесс. При необходимости предусматривается увеличение времени на подготовку или выполнение заданий.

Формы проведения промежуточной аттестации для обучающихся с ОВЗ и инвалидов устанавливаются с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.). При необходимости предусматривается увеличение времени на подготовку. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов, при необходимости предоставляется техническая помощь.

Перечень ситуационных задач для самостоятельного решения

Ситуационная задача № 1

Исследователем были получены следующие показатели признаков: Нумерация спортсменов в команде, результаты жеребьевки, место, занятое на соревнованиях, результаты ранжирования спортсменов, оценка мастерства в баллах, календарные даты, суставной угол, температура, длина, сила, масса, скорость и т. п.. К каким типам шкал относятся данные показатели признаков?

Ситуационная задача №2

У студентов специализации «Борьба» была измерена сила кисти:

42 43 44 44 44 45 45 45 46

48 48 49 50 50 50 51 53 53

54 55 55 58 60 60 65 68 68 72

По данным результатам построить интервальный вариационный ряд (число интервалов $k=6$), гистограмму, полигон частот и полигон накопленных частостей.

Ситуационная задача № 3

В качестве оценки силовой подготовки одиннадцати учащихся 5 класса произведен тест на количество подтягиваний на перекладине. Данные теста следующие: 10, 9, 9, 8, 10, 9, 8, 10, 9, 6, 5. Построить дискретный вариационный ряд. Вычислить моду, медиану, среднее арифметическое значение. Какие выводы о форме распределения можно сделать из сопоставления среднего и медианы?

Ситуационная задача № 4

В условиях ситуационной задачи № 3, найти размах вариации, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации и ошибку выборочного среднего данной выборки. Дать анализ полученных результатов.

Ситуационная задача №5

В условиях ситуационной задачи № 2, для сгруппированных данных вычислить моду, медиану, среднее арифметическое значение. Дать анализ полученных результатов.

Ситуационная задача №6

В условиях ситуационной задачи № 2, для сгруппированных данных вычислить размах вариации, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации и ошибку выборочного среднего данной выборки. Дать анализ полученных результатов.

Ситуационная задача №7

В условиях ситуационной задачи № 2, для сгруппированных данных определить методом условного среднего среднее арифметическое и стандартное отклонение. Дать анализ полученных результатов.

Ситуационная задача №8

Результаты исследования здоровья студентов 2 групп по характеристике частоты сердечных сокращений (ЧСС) показали одинаковую среднюю величину (80 уд/мин). Критерий разнообразия ЧСС в одной группе — 2 удара в минуту, в другой — 3 удара в минуту.

1. Определите, для какой группы средняя величина пульса при одинаковой средней частоте сердечных сокращений (М) и одинаковом числе студентов типичнее, т.е. лучше отражает состояние здоровья студентов.

2. Какой критерий разнообразия был использован для определения разнообразия признака?

Ситуационная задача №9

Группы юных спортсменов для оценки уровня общефизической подготовки тестировались по числу подтягиваний на перекладине. Результаты распределились следующим образом:

Гимнасты – 18, 15, 16, 11, 14, 15, 15, 11, 15

Легкоатлеты - 13, 14, 21, 20, 15, 16, 17, 16, 16

Дать сравнительную характеристику оценки центральной тенденции данных.

Ситуационная задача №10

В условиях ситуационной задачи № 9 дать сравнительную характеристику оценки разброса данных.

Ситуационная задача № 11

В условиях ситуационной задачи № 9 рассчитать асимметрию и эксцесс, дать заключение об отклонении данных распределений от нормального. Построить кривые распределения признаков.

Ситуационная задача №12

При изучении физического развития школьников 8-го класса было установлено значительное разнообразие по росту (от 156 до 175 см). Средняя величина роста этих мальчиков равна 165 см, $\sigma = \pm 4$ см.

1. Находятся ли крайние значения роста школьников в пределах нормального распределения признака?

2. Какую методику (значение сигмы) Вы при этом использовали?

Ситуационная задача № 13

Исследователь провел сравнительный педагогический эксперимент с целью выяснения эффективности обучения стрельбе по определенной методике: одна группа (экспериментальная), состоящая из 10 человек, занимается по предлагаемой экспериментальной методике, а другая (контрольная), состоящая из 10 человек - по традиционной, общепринятой. Итогом эксперимента явилась контрольная стрельба из пяти выстрелов. Данные приведены в таблице.

Группы	Очки									
Экспериментальная	40	32	30	34	32	27	45	44	31	33
контрольная	36	25	44	37	24	20	26	30	28	31

Проверить на нормальность распределения результатов экспериментальной и контрольной групп правилом трех сигм.

Ситуационная задача №14

Перед исследователем была поставлена задача: выявить наиболее перспективных, в спортивном отношении, мальчиков 11 лет для последующей специализации в спринтерском беге. Анализ были подвергнуты результаты тестирования, зафиксированные через месяц занятий в группе начальной подготовки ДЮСШ и аналогичные показатели через 1 год. Вычислить темпы прироста по тестам, приведенных в таблице (на примере трех испытуемых):

Испытуемые	Бег на 20м с хода (с)		Прыжок в длину с места (с)		Бег на 300м (с)	
	Исходн.	Конечн.	Исходн.	Конечн.	Исходн.	Конечн.
1	2,8	2,6	200	205	57,3	52,2
2	2,7	2,6	190	202	58,5	53,3
3	2,9	2,8	198	210	57,1	52,1
.....						

Ситуационная задача № 15

С целью выявления характера динамики силы подошвенных сгибателей стопы, на протяжении 1 месяца после электромиостимуляционной тренировки был осуществлен эксперимент. С группой прыгунов в высоту с разбега 1-го спортивного разряда было проведено 10 сеансов электромиостимуляционной тренировки по развитию силы мышц, участвующих в подошвенном сгибании стопы. Регистрировалась максимальная сила до начала эксперимента, сразу по окончании его, через 15 и 30 дней по окончании электромиостимуляции. Результаты эксперимента приведены в таблице:

Спортсмены	Исходные показатели (F ₁ кг)	Конечные показатели (F ₂ кг)	Через 15 дней(F ₃ кг)	Через 30 дней(F ₄ кг)
1	132	131	135	140
2	120	122	138	142
3	124	125	137	145
4	140	142	151	160
5	125	127	136	154

Установите как изменяются показатели в исследуемом тесте на протяжении длительного по времени эксперимента.

Ситуационная задача №16

Найти минимальный объем выборки, необходимый для того, чтобы выборочное среднее значение результата в беге на 100 м, определяемое для группы школьников, отличалось от истинного значения среднего результата не более чем на 0,1 с. На основании ранее полученных данных, установлено, что стандартное отклонение этого показателя составляет 0,94 с.

Ситуационная задача №17

У группы спортсменов определяли результаты в беге на 100 м с барьерами (X) и прыжках в длину (Y). Данные приведены в таблице. Постройте корреляционное поле. Нанесите экспериментальные данные на график корреляционного поля. Какие предположения можно сделать относительно формы связи изучаемых показателей? Проверить, существует ли корреляционная связь между исследуемыми признаками и определить достоверность коэффициента корреляции (Коэффициент корреляции Пирсона)

№ исп.	Бег на 100м с барьерами	Прыжок в длину
1	13,5	625
2	13,4	682
3	13,7	625
4	13,6	640
5	13,8	644
6	13,6	670
7	13,5	677
8	13,7	610
9	13,6	623

10	13,8	613
----	------	-----

Ситуационная задача № 18

Исследовалось десять фитнес-клубов. Данные, полученные в ходе обследования, приведены в таблице. Применяя метод ранговой корреляции по Спирмену, установить зависимость между затратами на рекламу и посещаемостью клубов. Проанализируйте полученные результаты.

№	Затраты на рекламу (y.e)	К-во человек, посетивших фитнес-клуб
1	8	920
2	10	1200
3	9	1100
4	10	1360
5	6	800
6	12	1450
7	9	1200
8	10	1100
9	13	1400
10	7	980

Ситуационная задача № 19

Существует ли статистически достоверная корреляционная связь между результатами школьников в беге на 30 и 100 м (коэффициент корреляции t -Кендала)

№	Результаты в беге на 30м	Результаты в беге на 100м
1	5,0	13,7
2	4,7	13,3
3	4,9	13,5
4	4,6	12,7
5	4,9	13,5
6	4,6	12,4
7	4,7	13,0
8	4,8	13,1
9	4,8	13,2
10	5,0	13,6

Ситуационная задача № 20

В таблице приведены результаты, показанные группой школьников ($n = 10$) в беге на дистанциях 30 и 100 м.

Бег на 30 м, $X_{i,c}$	4,6	4,6	4,7	4,8	4,8	4,8	4,9	4,9	4,9	5,1
Бег на 100 м, Y_i, c	12,4	12,7	13,0	13,3	13,1	13,1	13,2	13,5	13,6	13,7

Построить уравнение регрессии и установить связь между признаками. Вычислите коэффициент детерминации. Проанализируйте полученные результаты. Какой результат на дистанции 100 м можно прогнозировать для спортсмена, показавшего результат 5,0 с на дистанции 30 м?

Ситуационная задача №21

(Сравнение экспериментального распределения с теоретическим - критерий χ^2). Исследовался вопрос о предпочтении к группе студентов одного из четырех видов напитков (было предложено назвать только один предпочитаемых из четырех). Результаты опроса приведены в таблице.

Pepsi cola	Coca cola	Sprite	Seven Up
13	15	9	11

Можно ли сказать, что все эти напитки одинаково предпочитаемы или что один из них является более популярным среди студентов?

Ситуационная задача №22

(Сравнение двух экспериментальных распределений - критерий χ^2).

Преподавателю интересно узнать, зависит ли способ получения информации от образования людей. Опрос 400 респондентов показал результаты, приведенные в таблице.

При $\alpha = 0,05$ проверьте утверждение, что способ получения информации не зависит от образования.

Получение информации Образование	Телевидение	Газеты	Другое
Среднее	159	90	51
Высшее	27	42	31

Ситуационная задача № 23

Изучить связь между чрезмерно строгой дисциплиной в семье и проявлением упрямства и непослушания у занимающихся в отделении ДЮСШ. Результаты наблюдений распределились следующим образом:

	Есть	Нет
Упрямство	a = 7	b = 8
Строгая дисциплина	c = 5	d = 10

Ситуационная задача № 24

С помощью сравнения средних с помощью экспертных оценок, требуется определить техническую подготовленность двух прыгунов в высоту с разбега, определив лучшего. С этой целью 15 экспертов по 5 балльной системе должны оценить три основные части прыжка – разбег, отталкивание и переход через планку. Оценки за каждую часть прыжка суммировались, большей сумме соответствовала лучшая техника. Были получены следующие результаты.

Испытуемые	Лучше	Хуже	Всего
1	13 (a)	2 (b)	15 (a + b)
2	2 (c)	13 (d)	15 (c + d)
Всего	15 (a + c)	15 (b + d)	30 (a + b) + (c + d)

Ситуационная задача № 25

Используя Т-критерий Стьюдента (для независимых измерений), сравнить результаты времени прохождения дистанции 15 км двух групп лыжников традиционным ходом X_i и коньковым ходом Y_i . Результаты представлены в таблице.

№ исп.	X_i (мин)	Y_i (мин)
1	37,0	35,8
2	36,7	35,6
3	38,1	35,0
4	36,9	35,5
5	37,3	35,8
6	38,2	35,1
7	37,5	26,1
8	37,6	36,5
9	38,0	35,6
10	37,8	36,3

Ситуационная задача № 26

Две группы юных баскетболистов (юноши и девушки) выполняли контрольное упражнение, которое оценивалось по количеству попадания мяча в корзину из 10 бросков. С помощью критерия F-Фишера установить: относятся ли статистически значимо эти группы к одной выборке.

Юноши	9	6	5	7	9	9	4	7	6	3
Девушки	6	8	9	7	7	8	5	6		

Ситуационная задача № 27

Из 200 мужчин 130 сказали, что пользуются ремнями безопасности. Из 300 женщин отметили, что пользуются ремнями безопасности, 63 человека. Используя ϕ -критерий Фишера, проверьте утверждение, что мужчины более осторожны, нежели женщины.

Ситуационная задача № 28

Две группы юных баскетболистов в течение года тренировались по разным программам. Эффективность нового цикла оценивалась по контрольному упражнению – ведение мяча по прямой на отрезке 20 м на время. Результаты выполнения упражнения (в сек.) следующие:

контрольная группа – 9,9; 9,7; 9,8; 10,3; 9,2; 9,0; 10,5; 9,5; 10,9

экспериментальная группа – 9,4; 9,6; 9,3; 9,1; 8,6; 9,0; 8,1; 9,6; 9,5

С помощью статистического Т-критерия Уайта проверить, эффективность второй программы, по которой занималась экспериментальная группа.

Ситуационная задача № 29

Две группы спортсменов тренировались по разным методикам: первая – по экспериментальной, вторая – по традиционной. Эффективность методик оценивалась по результатам выполнения контрольного упражнения после цикла тренировок. Применяя статистический критерий U-Манна-Уитни сравнить результаты, показанные спортсменами двух групп при выполнении контрольного упражнения. Результаты представлены в таблице.

I группа	9,3	9,4	9,4	8,9	9,3	9,5	9,5	9,6	9,3	9,3
II группа	9,0	9,1	8,7	9,0	9,0	8,8	9,2	8,8	9,0	9,1

Ситуационная задача № 30

У двух групп спортсменов, тренирующихся по различным методикам, были измерены некоторые показатели. С помощью Q-критерия Розенбаума установить: можно ли утверждать, что одна из групп превосходит другую по уровню измеренного признака:

I выборка: 137, 139, 129, 137, 140, 137, 136, 134, 137, 126, 132, 135, 141, 134, 141, 141

II выборка: 131, 132, 124, 137, 125, 124, 131, 125, 128, 125, 121, 128, 120

Ситуационная задача № 31

У группы спринтеров измеряли результаты в тройном прыжке до начала тренировочных занятий и через 1 месяц после тренировок. Результаты приведены в таблице. С помощью T-критерия Стьюдента (для зависимых измерений) определить, изменился ли этот показатель под влиянием интенсивных тренировок.

До	12,4	12,9	12,6	13,1	12,5	13,5	12,7	13,4	12,8	13,6
После	15,3	15,0	15,6	15,4	14,7	15,7	14,8	15,5	14,6	14,9

Ситуационная задача № 32

Применяя статистический критерий G-знаков выяснить: различаются ли результаты некоторого исследуемого признака, показанные спортсменами до и после сборов, на которых тренировались по новой экспериментальной методике. Данные приведены в таблице.

До	85	89	88	81	83	90	95	91	85	98	87	91
После	93	98	95	89	89	97	99	96	90	93	91	96

Ситуационная задача № 33

Группа спортсменов прошла тренировочный цикл. До и после цикла тренировок были проведены контрольные тесты по некоторому признаку. С помощью статистического критерия T-Вилкоксона установить, значительно ли изменилась спортивная подготовка группы

№	До	После
1	260	270
2	250	270
3	270	260
4	240	280
5	240	290
6	220	260
7	250	220
8	240	270
9	240	280
10	240	260

Электронный образовательный ресурс

Лекции		
№	Тема	Форма представления лекции в системе электронного (дистанционного) обучения
1	Предмет математической статистики и ее роль в задачах физической культуры и спорта. Основы теории измерений, виды шкал и типы данных. Правила ранжирования. Понятие генеральной совокупности и выборки. Классификация выборки по способу отбора, объема, схеме испытаний и репрезентативности. Первичное описание исходных данных: группировка первичных результатов, статистические таблицы (простые и сложные), правило построения вариационных рядов распределения, интервальных вариационных рядов. Графическое представление экспериментальных данных (полигон частот, гистограмма).	Архив с файлами, содержащий текстовый файл (конспект лекции) ⁴ и презентацию ⁵
2	Меры центральной тенденции. Меры изменчивости. Нормальное распределение. Асимметрия и эксцесс. Проверка нормальности распределения.	Архив с файлами, содержащий текстовый файл (конспект лекции) и презентацию
3	Статистическая значимость. Статистические гипотезы: нулевая и альтернативная. Принятие и опровержение гипотез. Классификация и назначение критериев.	Архив с файлами, содержащий текстовый файл (конспект лекции) и презентацию
4	Корреляция. Задачи корреляционного анализа. Построение корреляционного поля: определение формы, направления и степени взаимосвязи. Классификация коэффициентов корреляции по силе и значимости. Коэффициент линейной корреляции. Уровень значимости корреляции. Ошибка коэффициента корреляции Регрессионный анализ. Коэффициент детерминации. Ранговая корреляция. Непараметрический метод ранговой корреляции по Спирмену. Непараметрический коэффициент корреляции τ -Кендала.	Архив с файлами, содержащий текстовый файл (конспект лекции) и презентацию
5	Оценка достоверности различий: Т- критерий Стьюдента для несвязанных (независимых) измерений, F-критерий Фишера, многофункциональный ϕ -критерий Фишера, U-критерий Манна-Уитни, Q-критерий Розенбаума	Архив с файлами, содержащий текстовый файл (конспект лекции) и презентацию

⁴ Конспекты лекции представлены в приложении 5

⁵ Презентация лекций содержит не менее 20 слайдов, сопровождающих текст лекции (наглядная информация, схемы, таблицы, графические карты, др.). Хранится на кафедре/у педагогического работника. Представляется для ознакомления в случае производственной необходимости

Практические занятия

ТЕМА: «Меры центральной тенденции, меры изменчивости для несгруппированных данных»

Цель/задачи работы - нахождение среднего арифметического значения, моды, медианы, размаха, дисперсии, стандартного отклонения, коэффициента вариации, ошибки средней арифметической, оценка среднего арифметического для несгруппированных данных. Анализ полученных результатов.

Теоретический материал. Наиболее часто в статистике используются три меры центральной тенденции распределения: мода, среднее арифметическое значение и медиана.

Для несгруппированных данных:

Мода – это наиболее часто встречающееся значение в ряду данных.

Среднее арифметическое значение– это отношение суммы всех значений данных к числу слагаемых:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

где n – число слагаемых (объем выборки), x_i – индивидуальные значения показателя.

Если в ряду данных присутствуют числа со знаком «минус», то суммирование производится с учетом этих знаков.

Среднее арифметическое значение признака, вычисленное для какой-либо группы, интерпретируется как значение наиболее типичного для этой группы человека. Сравнивая непосредственно средние значения двух или нескольких выборок, мы можем судить об относительной степени развития у людей, составляющих эти выборки, оцениваемого качества.

Медиана разбивает выборку на две равные части (обозначение: Me). Для определения медианы рекомендуется сначала упорядочить данные.

Если среднее арифметическое, мода и медиана равны, ряд симметричный.

В качестве наиболее часто используемых мер изменчивости следует назвать размах, дисперсию, стандартное отклонение.

Размах– это разница между максимальным и минимальным значениями.

$$R = |X_{max} - X_{min}|$$

Однако размах улавливает лишь крайние значения и не отражает отклонений всех результатов.

Дисперсия – это мера разброса данных относительно среднего значения.

Для несгруппированных данных:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}, \text{ для } n \leq 30 \quad \text{и} \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n}, \text{ для } n > 30$$

Стандартное (среднеквадратическое) отклонение представляет собой квадратный корень из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Стандартное (среднеквадратическое) отклонение также можно вычислить по формуле:

$$\sigma = \pm \frac{x_{i \max} - x_{i \min}}{K}$$

где $x_{i \max}$ - наибольший показатель; $x_{i \min}$ - наименьший показатель; K - табличный коэффициент, который находится по специальной таблице 1 (см. приложение, Лекция 2), соответствующий числу измерений в группе.

Коэффициент вариации определяется как отношение среднего квадратического отклонения к среднему арифметическому, выраженное в процентах:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} * 100\%$$

Колеблемость результатов измерений можно определить по величине коэффициента вариации. Например, В.Б. Коренберг (2008) для оценки вариативности статистической совокупности предлагает следующие значения: $0\% < V \leq 10\%$ - малая, $10\% < V \leq 20\%$ - средняя, при $20\% < V \leq 30\%$ - большая, а $V > 30\%$ - очень большая.

Коэффициент вариации, являясь относительной величиной (измеряется в процентах), позволяет сравнивать между собой колеблемость результатов исследуемых выборок, имеющих различные единицы измерений. Коэффициент вариации можно использовать в том случае, когда измерения произведены в шкале отношений.

Большинство исследований в области физической культуры и спорта проводятся на выборочном материале. При этом наблюдают относительно малую часть всех возможных случаев, а полученные результаты переносят на всю генеральную совокупность. В таких исследованиях допускается некоторая *ошибка средней арифметической* - показатель рассеивания, которая характеризует колеблемость средней арифметической. Эта ошибка возникает только потому, что не все объекты генеральной совокупности представлены в выборке. Поскольку величина генеральной совокупности, как правило, неизвестна, то для определения средней ошибки на практике применяется следующая формула:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}, \text{ для } n \leq 30 \quad \text{и} \quad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \text{ для } n > 30$$

$\sigma_{\bar{x}}$ - ошибка средней арифметической выборки, σ - стандартное отклонение, n - объем выборки.

«Нижняя» и «верхняя» границы средней арифметической с учетом стандартной ошибки:

$$\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}.$$

Пример. У десяти [гандболистов](#) измерили силу броска (Н): 10,2; 10,3; 11,5; 11,0; 11,5; 11,8; 12,0; 11,5; 10,9; 11,3. Вычислить моду, медиану, среднее арифметическое значение, размах вариации, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации и ошибку выборочного среднего данной выборки. Дать анализ полученных результатов.

Решение. Проранжируем выборку: 10,2; 10,3; 10,9; 11,0; 11,3; 11,5; 11,5; 11,5; 11,8; 12,0

Мода: $Mo = 11,5$ Н.

Медиана: $Me = (11,3 + 11,5) / 2 = 11,4$ Н.

Среднее арифметическое значение: $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{112}{10} = 11,2$ Н.

Основным показателем силы броска мяча является величина 11,2 Н. Поскольку объем выборки мал ($n=10$), моду не рекомендуется использовать для оценки средней результативности. Медиана и среднее арифметическое близки по своим числовым значениям.

Размах вариации: $R = 12,0 - 10,2 = 1,8$ Н. Диапазон рассеивания составляет 1,8 Н.

Вычисление дисперсии

N_2	X_i	$\bar{X}$	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
-------	-------	-----------	-----------------	---------------------

1	10,2	11,2	-1	1
2	10,3	11,2	-0,9	0,81
3	10,9	11,2	-0,3	0,09
4	11,0	11,2	-0,2	0,04
5	11,3	11,2	0,1	0,01
6	11,5	11,2	0,3	0,09
7	11,5	11,2	0,3	0,09
8	11,5	11,2	0,3	0,09
9	11,8	11,2	0,6	0,36
10	12,0	11,2	0,8	0,64
Σ				3,22

$$\text{Дисперсия: } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{3,22}{10-1} = 0,36 \text{ Н}^2$$

$$\text{Среднее квадратическое отклонение: } \sigma = \sqrt{0,36} = 0,6 \text{ Н.}$$

Средний разброс результатов по всей группе равен 0,6 Н.

$$\text{Коэффициент вариации: } V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{0,6}{11,2} \cdot 100\% = 5,36 \%$$

Так как коэффициент вариации выборки меньше 10 %, выборку можно считать однородной.

$$\text{Стандартная ошибка среднего арифметического: } \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} = \frac{0,6}{\sqrt{10-1}} = 0,2 \text{ Н.}$$

Задание – Решение ситуационных задач № 3, 4, 8, 9, 10 (Приложение 3).

Контрольные вопросы

1. Меры центральной тенденции (для несгруппированных данных).
2. Меры изменчивости (для несгруппированных данных).
3. Оценка разброса (для несгруппированных данных).

Рекомендованная литература

1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— С.18-23 // ЭБС Руконт: сайт. — URL: <https://lib.rucont.ru/efd/775919> (дата обращения: 08.09.2021).
2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / редактор Г.И. Попов. – 2-е изд. – Москва: Физическая культура, 2009. – 368 с.

ТЕМА: «Меры центральной тенденции, меры изменчивости для сгруппированных данных»

Цель/задачи работы - нахождение среднего арифметического значения, моды, медианы, размаха, дисперсии, стандартного отклонения, коэффициента вариации, ошибки средней арифметической, оценка среднего арифметического для сгруппированных данных. Анализ полученных результатов.

Теоретический материал. Меры центральной тенденции для сгруппированных данных.

Интервал группировки с наибольшей частотой называется *модальным*.

$$Mo = x_{Mon} + h \frac{n_{Mo} - n_{Mo-1}}{(n_{Mo} - n_{Mo-1}) + (n_{Mo} - n_{Mo+1})},$$

где x_{Mon} – нижняя граница модального интервала; h – ширина интервала группировки; n_{Mo} – частота модального интервала; n_{Mo-1} – частота интервала, предшествующего модальному; n_{Mo+1} – частота интервала, следующего за модальным.

Для нахождения медианы, вначале находят интервал группировки, в котором содержится медиана, путем подсчета накопленных частот или накопленных частостей. Медианным будет тот интервал, в котором накопленная частота впервые окажется больше $n/2$ (n – объем выборки) или накопленная частость – больше 0,5. Внутри данного интервала медиана определяется по формуле:

$$Me = x_{Me_h} + h_{me} \frac{0,5n - n_{x_{Me-1}}}{n_{Me}},$$

где x_{Me_h} – нижняя граница медианного интервала; $0,5n$ – половина объема выборки; h_{me} – ширина медианного интервала; $n_{x_{Me-1}}$ – накопленная частота интервала, предшествующего медианному, n_{Me} – частота медианного интервала

Среднее арифметическое находится:

$$\bar{X} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_k x_k}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i,$$

где n – объем выборки; k – число интервалов группировки; n_i – частота i -го интервала; x_i – срединное значение i -го интервала.

Меры изменчивости для сгруппированных данных:

Дисперсия : $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \cdot n_i}{\sum n_i - 1}$, для $n \leq 30$ и $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \cdot n_i}{\sum n_i}$, для $n > 30$

Стандартное (среднеквадратическое) отклонение представляет собой квадратный корень из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Пример. При измерении роста девушек некоторого института была получена следующая выборка, объема $n = 30$:

Результаты измерений

178	160	154	183	155	153	167	186	163	155
157	175	170	166	159	173	182	167	171	169
179	165	156	179	158	171	175	173	164	172

1. Необходимо построить интервальный вариационный ряд и его гистограмму.
2. Для сгруппированных данных вычислить моду, медиану, среднее арифметическое значение, размах вариации, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации и ошибку выборочного среднего данной выборки. Дать анализ полученных результатов.

Решение: 1. Найдем по формуле Старджесса оптимальное количество интервалов:

$$m = 1 + 3,332 \lg n \approx 5,59, \text{ т. е. } m = 6.$$

Длина каждого частичного интервала равна:

$$h = (186 - 153) / 6 = 6$$

Так как наибольшая варианта равна 186, а наименьшая 153, то вся выборка попадает в интервал $[153; 186]$.

$$x_{n1} = x_{min} - h/2 = 153 - 3 = 150.$$

Получаем следующие шесть интервалов: [150,156);[156,162);[162,168);[168,174);[174,180); [180,186], а соответствующий интервальный вариационный ряд представлен в таблице:

Интервальный вариационный ряд

Номер интервала	Границы интервала	Срединные значения	Частоты	Накопленные частоты	Частоты	Накопленные частоты
1	[150-156)	153	4	4	0,13	0,13
2	[156-162)	159	5	9	0,17	0,3
3	[162-168)	165	6	15	0,20	0,5
4	[168-174)	171	7	22	0,23	0,73
5	[174-180)	177	5	27	0,17	0,9
6	[180-186]	183	3	30	0,10	1
Σ			30		1	

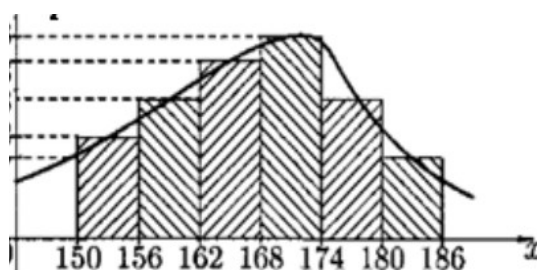


Рисунок –Графическое представление данных

2. Составим таблицу для расчета показателей.

Вычисление дисперсии для сгруппированных данных

Интервалы	Середина интервала, x_i	Частоты n_i	$x_i \cdot n_i$	Накопленная частота, $n_{\Sigma i}$	$ x_i - \bar{X} $	$(x_i - \bar{X})^2 \cdot n_i$	Относит. Частота, n_i/n
150 - 156	153	4	612	4	14,6	852,64	0,133
156 - 162	159	5	795	9	8,6	369,8	0,167
162 - 168	165	6	990	15	2,6	40,56	0,2
168 - 174	171	7	1197	22	3,4	80,92	0,233
174 - 180	177	5	885	27	9,4	441,8	0,167
180 - 186	183	3	549	30	15,4	711,48	0,1
Σ		30	5028		544	2497,2	1

Среднее арифметическое значение: $\bar{X} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{5028}{30} = 167,6$

В качестве модального интервала выберем интервал [168-174), с наибольшей частотой ($n_i = 7$).

Найдем моду:

$$Mo = 168 + 6 \cdot \frac{7-6}{(7-6)+(7-5)} = 170$$

Медиана соответствует варианту, стоящему в середине ранжированного ряда. Медианным является интервал 168 - 174, т.к. в этом интервале накопленная частота, больше медианного номера (медианным называется первый интервал, накопленная частота которого превышает половину общей суммы частот).

Вычислим медиану:

$$Me = 168 + 6 \cdot \frac{0.5 \cdot 30 - 15}{7} = 168$$

Таким образом, 50% единиц совокупности будут меньше по величине 168.

Среднее значение примерно равно моде и медиане, что свидетельствует о нормальном распределении выборки.

Определение моды и медианы графическим способом:

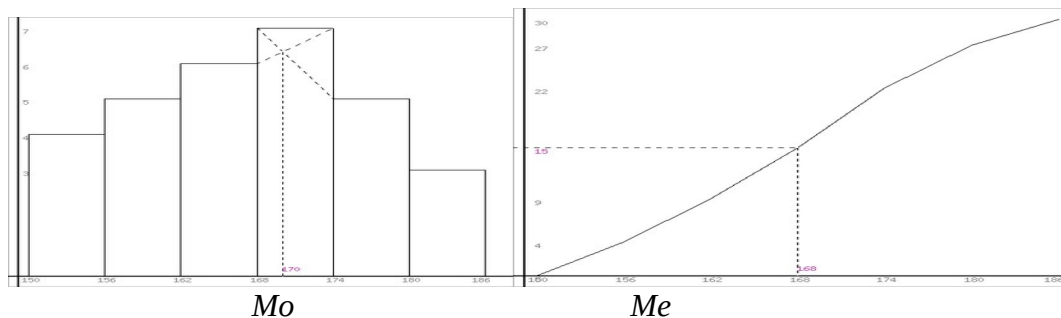


Рисунок –График моды

Рисунок –График медианы

Размах вариации: $R = x_{\max} - x_{\min} = 186 - 153 = 33$

Дисперсия: $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{\sum n_i - 1} = \frac{2497,2}{29} = 86,11$

Среднее квадратическое отклонение: $\sigma = \sqrt{86,11} = 9,28$

Каждое значение ряда отличается от среднего значения 168 в среднем на 9,28.

Коэффициент вариации: $V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{9,28}{168} \cdot 100\% = 5,52\%$

Поскольку $V \leq 10\%$, то совокупность однородна, а вариация слабая. Полученным результатам можно доверять.

Стандартная ошибка среднего арифметического: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} = \frac{9,28}{\sqrt{30-1}} = 1,7$

Задание – Решение ситуационных задач № 2, 5, 6, 7 (Приложение 3).

Контрольные вопросы

1. Меры центральной тенденции (для сгруппированных данных).
2. Меры изменчивости (для сгруппированных данных).
3. Оценка разброса (для сгруппированных данных).

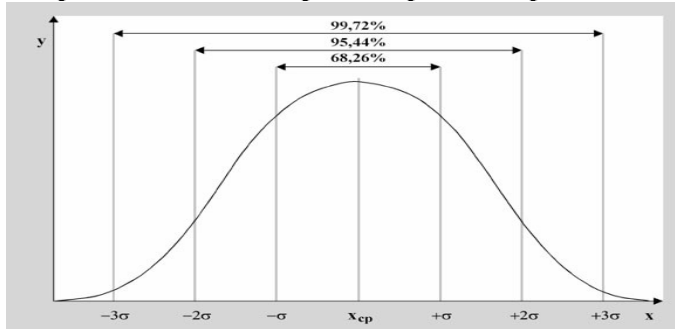
Рекомендованная литература

1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— С.18-23 // ЭБС Руконт: сайт. — URL: <https://lib.rucont.ru/efd/775919> (дата обращения: 08.09.2021).
2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / редактор Г.И. Попов. – 2-е изд. – Москва: Физическая культура, 2009. – 368 с.

ТЕМА: «Асимметрия и эксцесс. Проверка нормальности распределения данных. Показатели относительной величины структуры (доли). Сравнение по средним показателям. Сравнение по средним, представленным в различных единицах измерения. Сравнение средних и оценка темпов прироста исследуемых параметров»

Цель/задачи работы - вычислении асимметрии и эксцесса. Проверка нормальности распределения данных. Анализ полученных результатов. Нахождение показателей относительной величины структуры (доли). Сравнение по средним показателям. Сравнение по средним, представленным в различных единицах измерения. Сравнение средних и оценка темпов прироста исследуемых параметров. Интерпретация полученных результатов.

Теоретический материал. Кривая нормального распределения:



Правило трех сигм: $(\bar{X} \pm 3\sigma)$ применяют для выявления сомнительных результатов.

Находится верхняя граница: $\bar{X} + 3\sigma$ и нижняя: $\bar{X} - 3\sigma$. Если в выборке есть результаты лучше чем верхняя граница или хуже чем нижняя граница, то они сомнительны, из выборки их нужно исключить, чтобы получить более объективные данные.

Асимметрия – это показатель симметричности / скошенности кривой распределения: $A = \frac{\sum(x_i - \bar{X})^3}{n \cdot \sigma^3}$, а **эксцесс** определяет ее островершинность: $E = \frac{\sum(x_i - \bar{X})^4}{n \cdot \sigma^4} - 3$

Принцип определения нормальности-ненормальности распределения:

1) Рассчитаем критические значения показателей асимметрии и эксцесса по формулам: $A_{кр} = 3 \cdot \sqrt{6/n}$, $E_{кр} = 6 \cdot \sqrt{6/n}$ и сопоставим с ними эмпирические значения.

2) Если эмпирические значения показателей по абсолютной величине окажутся ниже критических, сделаем вывод о том, что распределение признака не отличается от нормального:

$$\left. \begin{array}{l} |A| < A_{кр} \\ |E| < E_{кр} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{распределение совпадает с нормальным}$$

$$\left. \begin{array}{l} |A| \geq A_{кр} \\ |E| \geq E_{кр} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{распределение отличается от нормального.}$$

Пример 1. При изучении физического развития школьников 7-го класса было установлено значительное разнообразие по росту (от 151 до 169 см). Средняя величина роста этих мальчиков равна 160 см, сигма= ± 3 см.

1. Находятся ли крайние значения роста детей в пределах нормального распределения признака?

2. Какую методику (значение сигмы) Вы при этом использовали?

Решение. 1. Крайние значения роста детей находятся в пределах нормального распределения признака: верхняя граница $\bar{X} + 3\sigma = 160 + 3 \cdot 3 = 169$, нижняя граница $\bar{X} - 3\sigma = 160 - 3 \cdot 3 = 151$. Данные значения попадают в интервал от 151 до 169 см. Следовательно, в интервале от 151 до 169 см находится 99,72% всех значений признака.

2. Использовалась методика «трех сигм».

Пример 2. В качестве оценки силовой подготовки тридцати юношей 11 класса произведен тест на количество подтягиваний на перекладине. Данные теста следующие: 13, 9, 9, 9, 5, 9, 8, 13, 13, 14, 7, 7, 10, 10, 14, 10, 8, 9, 10, 13, 14, 10, 10, 13, 14, 13, 10, 15, 16, 15.

Проверить нормальность распределения данного признака.

Решение. Средний результат равен:

$$\bar{X} = \frac{13+9+9+9+5+9+8+13+13+14+7+7+10+10+14+10+8+9+10+13+14+10+10+13+14+13+10+15+16+15}{30}$$

$$= 11$$

Составим таблицу для расчета показателей.

Вычисление асимметрии и эксцесса

$N_{\text{д}}$	x_i	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$	$(x_i - \bar{X})^3$	$(x_i - \bar{X})^4$
1	13	2	4	8	16
2	9	-2	4	-8	16
3	9	-2	4	-8	16
4	9	-2	4	-8	16
5	5	-6	36	-216	1296
6	9	-2	4	-8	16
7	8	-3	9	-27	81
8	13	2	4	8	16
9	13	2	4	8	16
10	14	3	9	27	81
11	7	-4	16	-64	256
12	7	-4	16	-64	256
13	10	-1	1	-1	1
14	10	-1	1	-1	1
15	14	3	9	27	81
16	10	-1	1	-1	1
17	8	-3	9	-27	81
18	9	-2	4	-8	16
19	10	-1	1	-1	1
20	13	2	4	8	16
21	14	3	9	27	81
22	10	-1	1	-1	1
23	10	-1	1	-1	1
24	13	2	4	8	16
25	14	3	9	27	81
26	13	2	4	8	16
27	10	-1	1	-1	1
28	15	4	16	64	256

29	16	5	25	125	625
30	15	4	16	64	256
Σ	330		230	-36	3614

Рассчитаем стандартное отклонение: $\sigma = \sqrt{\frac{230}{30-1}} = 2,82$.

Вычислим асимметрию и эксцесс:

$$A = \frac{-36}{30 \cdot 2,82^3} = -0,05; E = \frac{3614}{30 \cdot 2,82^4} - 3 = -1,08$$

Найдем критические значения асимметрии и эксцесса:

$$A_{кр} = 3 \cdot \sqrt{\frac{6}{30}} = 1,34; E_{кр} = 6 \cdot \sqrt{\frac{6}{30}} = 2,68$$

Сравним их с эмпирическими значениями:

$$\left. \begin{array}{l} |-0,05| < 1,34 \\ |-1,08| < 2,68 \end{array} \right\} \text{распределение совпадает с нормальным.}$$

Довольно часто при анализе материалов исследований приходится сталкиваться с необходимостью оценки степени изменения различных изучаемых параметров через промежутки времени, сравнивать исходные и конечные результаты педагогического эксперимента и т.п. В таких случаях целесообразно определять **темпы прироста** (темпы изменения) изучаемого признака. С этой целью применяется формула:

$$Tp (\%) = \frac{100\% \cdot (П_к - П_и)}{0,5 \cdot (П_к + П_и)},$$

где $Tp (\%)$ - темпы прироста;

$П_и$ - исходный результат исследуемых показателей;

$П_к$ - конечный результат исследуемых показателей.

Пример 3. Перед исследователем была поставлена задача: выявить наиболее перспективных, в спортивном отношении, мальчиков 10 лет для последующей специализации в спринтерском беге. Для этого анализу должны быть подвергнуты результаты тестирования, зафиксированные через месяц занятий в группе начальной подготовки ДЮСШ и аналогичные показатели через 1,5 года. Результаты тестирования представлены в таблице.

Результаты тестирования

Испытуемые	Бег на 20 м с хода (с)		Прыжок в длину с места (см)		Бег на 300 м (с)	
	Исходн.	Конеч.	Исходн.	Конеч.	Исходн.	Конеч.
1.	2,7	2,5	192	208	56,5	51,9
2.	2,8	2,7	203	209	58,2	53,4
...						
15.	2,9	2,6	188	210	59,1	52,3

Решение. Проведем вычисления темпов прироста в беге на 20 м с ходу для каждого испытуемого:

$$Tp_1 = \frac{100\% \cdot (2,5 - 2,7)}{0,5 \cdot (2,5 + 2,7)} = \frac{-20}{2,6} = -7,69 \%$$

$$Tp_2 = \frac{100\% \cdot (2,7 - 2,8)}{0,5 \cdot (2,7 + 2,8)} = \frac{-10}{2,75} = -3,63 \%$$

$$Tp_{15} = \frac{100\% \cdot (2,6 - 2,9)}{0,5 \cdot (2,6 + 2,9)} = \frac{-30}{2,75} = -10,9 \%$$

Из приведенных расчетов видно, что наибольшими темпами прироста в беге на 20 м с ходу отличается мальчик по № 15 (-10,9%). Аналогичным образом проводится определение темпов прироста по остальным тестам. Считается, что хорошими темпами прироста за 1,5 года являются те, которые больше 11% - 12,5%.

Воспользовавшись определением темпов прироста, можно установить, как изменяются показатели в исследуемом тесте на протяжении длительного по времени эксперимента.

Задание – Решение ситуационных задач № 11, 12, 13, 14, 15 (Приложение 3).

Контрольные вопросы

1. Нормальное распределение
2. Асимметрия
3. Эксцесс
4. Проверка нормальности распределения данных
5. Нахождение показателей относительной величины структуры (доли).
6. Сравнение по средним показателям.
7. Сравнение по средним, представленным в различных единицах измерения.
8. Сравнение средних и оценка темпов прироста исследуемых параметров.

Рекомендованная литература

1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— С.23-32 // ЭБС Руконт: сайт. — URL: <https://lib.rucont.ru/efd/775919> (дата обращения: 08.09.2021).
2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / редактор Г.И. Попов. – 2-е изд. – Москва: Физическая культура, 2009. – 368 с.

ТЕМА: «Статистическая значимость. Статистические гипотезы: нулевая и альтернативная. Принятие и опровержение гипотез. Степени свободы. Точечные и интервальные оценки. Определение необходимого объема выборки для получения оценок заданной точности. Классификация и назначение критериев»

Цель/задачи работы – определение необходимого объема выборки для получения оценок заданной точности.

Теоретический материал. Статистической гипотезой называется проверяемое математическими методами предположение относительно статистических характеристик результатов измерений. Статистическую гипотезу обычно обозначают H : (утверждение).

Вопрос проверки гипотез сводится к тому, чтобы определить, является ли расхождение, например средних результатов до и после эксперимента случайностью или это проявление действия определенного фактора, в данном случае экспериментальной ситуации.

Выделяют нулевую и альтернативную гипотезы. Нулевая гипотеза (H_0) – гипотеза об отсутствии связи в генеральной совокупности. Альтернативная (H_1) – гипотеза о наличии связи.

Уровень значимости – это вероятность ошибочного отклонения нулевой гипотезы.

В математической статистике, чаще всего, используют три доверительные вероятности: 0,95; 0,99; 0,999 и соответствующие им, уровни значимости: 0,05, 0,01 0,001. Достаточный уровень значимости равен 0,05, высокий – 0,01, очень высокий – 0,001.

Чем меньше уровень значимости, тем меньше вероятность того, что нами допущена ошибка и тем надежнее связь. Уровень $p = 0,05$ – означает, что вероятность допустить ошибку равна пяти ошибкам в выборке из ста элементов (случаев, испытуемых), или одной ошибке в выборке из 20 элементов. Таким образом, больше чем одна ошибка в выборке из двадцати элементов мы сделать не можем.

Правило принятия статистического решения: на основании полученных экспериментальных данных исследователь подсчитывает по выбранному им методу эмпирическое значение. Эмпирическое значение сравнивается с критическими, которые соответствуют уровню значимости для выбранного статистического метода. Критические величины находятся для данного статистического метода по соответствующим таблицам, приведенным в приложении к данному пособию.

Число степеней свободы – это число свободно варьирующих единиц в составе выборки.

Степень свободы обозначается как df или v .

Число степеней свободы равно числу элементов выборки, из которого вычтено число условий, связывающих данные.

В случае зависимых выборок число степеней свободы равно $n-1$.

Число степеней свободы для независимых выборок будет составлять $(n_1 + n_2) - 2$.

Статистический критерий – это решающее правило, обеспечивающее надежное поведение, то есть принятие истинной и отклонение ложной гипотезы с высокой вероятностью.

Критерии позволяют оценить степень статистической достоверности различий между показателями, измеренными в соответствии с планом проведения исследования.

Критерии имеют свою специфику и различаются между собой по различным основаниям:

1. Тип измерительной шкалы.
2. Зависимость или независимость выборок.
3. Количество сравниваемых выборок.
4. Равность сравниваемых выборок по численности.
5. Максимальный объем охватываемой выборки.
6. Мощность (способность выявлять различия между выборками)

Статистические критерии различий подразделяются на параметрические и непараметрические.

Параметрические критерии – это некоторые функции от параметров совокупности, они служат для проверки гипотез об этих параметрах или для их оценивания. Параметрические критерии включают в формулу расчета параметры распределения, т.е. средние и дисперсии.

Непараметрические критерии – это некоторые функции от функций распределения или непосредственно от вариационного ряда наблюдавшихся значений изучаемого случайного явления. Они служат только для проверки гипотез о функциях распределения или рядах наблюдавшихся значений.

Точечные оценки представляют собой определенные значения параметров генеральной совокупности, полученные по выборочным данным. Эти значения должны быть максимально близки к значениям соответствующих параметров генеральной совокупности, которые являются истинными значениями оцениваемых параметров.

При формировании **интервальных оценок** определяют границы интервалов, между которыми с большой вероятностью находятся истинные значения параметров.

Вероятности, признанные достаточными для того, чтобы уверенно судить о генеральных параметрах на основании выборочных характеристик, называются **доверительными**.

Обычно, в качестве доверительных вероятностей выбирают значения 0,95; 0,99 или 0,999 (95%; 99% или 99,9%).

Интервал, в котором с заданной доверительной вероятностью находится оцениваемый генеральный параметр, называется **доверительным интервалом**.

Границы интервала $\bar{X}_{\text{ген}}$ относительно $\bar{X}$ рассчитывают по формуле:

$$\bar{X} - t_{\text{кр}} \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{X}_{\text{ген}} < \bar{X} + t_{\text{кр}} \cdot \sigma_{\bar{x}}, \text{ если } n < 30,$$

$$\bar{X} - u_p \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{X}_{\text{ген}} < \bar{X} + u_p \cdot \sigma_{\bar{x}}, \text{ если } n \geq 30$$

где $\bar{X}_{\text{ген}}$ - оцениваемый параметр – среднее значение генеральной совокупности;

$\sigma_{\bar{x}}$ - ошибка средней арифметической выборки;

$t_{\text{кр}}$ - табличное значение критерия Стьюдента со степенями свободы $df = n - 1$;

u_p - табличное значение функции Лапласа.

Пример 1. У десяти [гандболистов](#) измерили силу броска (Н): 10,2; 10,3; 11,5; 11,0; 11,5; 11,8; 12,0; 11,5; 10,9; 11,3. Выполнить интервальное оценивание генеральной средней арифметической для доверительной вероятности $1-p = 0,95$.

Решение. Объем выборки $n = 10$.

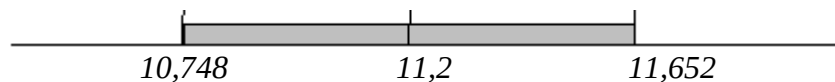
Доверительная вероятность $1-p = 0,95$.

Количество степеней свободы выборки $df = n - 1 = 9$, $t_{\text{кр}} = 2,26$.

Границы интервала $\bar{X}_{\text{ген}}$ относительно $\bar{X}$ рассчитаем по формуле (27):

$$11,2 - 2,26 \cdot 0,2 < \bar{X}_{\text{ген}} < 11,2 + 2,26 \cdot 0,2$$

$$10,748 < \bar{X}_{\text{ген}} < 11,652$$



С вероятностью 0,95 можно утверждать, что искомая генеральная средняя находится в интервале от 10,75 до 11,64 Н.

Пример 2. Найти минимальный объем выборки, необходимый для того, чтобы выборочное среднее значение результата в беге на 100 м, определяемое для группы школьников, отличалось от истинного значения среднего результата не более чем на $d = 0,1$ с. На основании ранее полученных данных установлено, что стандартное отклонение этого показателя составляет 0,94.

Решение. Требуемый объем выборки определяется следующим образом:

$$n = \left(\frac{u_p \sigma}{d} \right)^2$$

где u_p - табличное значение функции Лапласа,

σ - выборочное стандартное отклонение.

Задаемся доверительной вероятностью 95% ($u_p = 1,96$) и находим

$$n = \left(\frac{1,96 \cdot 0,94}{0,1} \right)^2 = 339.$$

Таким образом, при объеме выборки $n = 339$ существует 95%-ная вероятность того, что выборочное среднее арифметическое будет отличаться от генерального среднего не более чем на 0,1 с

Задание.

Решение ситуационной задачи № 16 (Приложение 3).

Контрольные вопросы

1. Статистическая значимость.
2. Статистические гипотезы: нулевая и альтернативная. Принятие и опровержение гипотез.
3. Статистические гипотезы: ошибки первого и второго рода

4. Степени свободы.
5. Точечные и интервальные оценки.
6. Определение необходимого объема выборки для получения оценок заданной точности.

Рекомендованная литература

1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— С.34-39 // ЭБС Руконт: сайт. — URL: <https://lib.rucont.ru/efd/775919> (дата обращения: 08.09.2021).
2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / редактор Г.И. Попов. – 2-е изд. – Москва: Физическая культура, 2009. – 368 с.

ТЕМА: «Корреляционный анализ. Линейная корреляция»

Цель/задачи работы - составление диаграмм корреляционной зависимости. Вычисление коэффициента линейной корреляции (коэффициент корреляции Пирсона), определение направления и степени взаимосвязи, уровня статистической значимости. Расчет коэффициента детерминации и ошибки коэффициента корреляции. Анализ полученных результатов.

Теоретический материал. **Корреляция** – это статистическая зависимость между случайными величинами, при которой изменение одной из случайных величин приводит к изменению математического ожидания другой. Статистический метод, который используется для исследования взаимосвязей между парой признаков, называется **корреляционным анализом**.

Основные задачи корреляционного анализа:

- определение формы связи (линейная, нелинейная);
- определение направления связи (положительная связь или отрицательная);
- определение степени или тесноты взаимосвязи (слабая, средняя, сильная);
- проверка значимости коэффициента корреляции, который выступает мерой связи между случайными величинами.

Он широко используется в теории тестов для оценки надежности и информативности. Различные шкалы измерений требуют разных вариантов корреляционного анализа.

Для оценки тесноты взаимосвязи в корреляционном анализе используется значение (абсолютная величина) специального показателя — **коэффициента корреляции**.

Свойство коэффициента корреляции в том, что он не превышает единицы. Его значения лежат в пределах от -1 до $+1$. Таким образом, $-1 \leq r \leq 1$.

Интерпретируют значение этого коэффициента следующим образом:

- $r = 0$ - между изучаемыми признаками нет линейной корреляционной зависимости
- $r < 0,3$ – *очень слабая связь*;
- $0,3 \leq r < 0,5$ - *слабая связь*;
- $0,5 \leq r < 0,7$ - *средняя связь*;
- $0,7 \leq r < 0,9$ - *высокая связь*;
- $0,9 \leq r < 1$ – *очень высокая связь*;
- $r = 1$ – *линейная связь*

Направленность зависимости отражается в знаке коэффициента корреляции. Знак «+» (плюс) указывает на прямую, или положительную взаимосвязь; знак «-» (минус) говорит об обратной, или отрицательной взаимосвязи.

В некоторых случаях тесноту взаимосвязи определяют на основании **коэффициента детерминации (D)**, который вычисляют по формуле:

$$D = r^2 \cdot 100 \%$$

Этот коэффициент определяет часть общей вариации одного показателя, которая объясняется вариацией другого показателя.

Коэффициент корреляции является выборочным, потому что он определен для ограниченной совокупности, которая является выборкой из генеральной совокупности. Поэтому существует ошибка при расчете коэффициента корреляции. Эта ошибка – расхождение между коэффициентом корреляции для генеральной совокупности и коэффициентом для выборки. Эта ошибка определяется:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}, \text{ если } n < 30, \quad \sigma = \sqrt{\frac{1-r^2}{n}}, \text{ если } n \geq 30.$$

Для оценки взаимосвязи, когда измерения производят в шкале отношений или интервалов, и форма взаимосвязи линейная, используется **коэффициент корреляции Бравэ — Пирсона**. Обозначается он латинской буквой r . Вычисление значения r производят по формуле:

$$r_{xy} = \frac{\sum (xi - \bar{X}) \cdot (yi - \bar{Y})}{(n-1) \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y},$$

где $\bar{X}$ и $\bar{Y}$ – средние арифметические значения показателей X и Y ,

σ_x и σ_y – средние квадратические отклонения показателей X и Y ,

n – число пар измерений.

Формулировка гипотезы, которую в дальнейшем необходимо принять или отклонить:

$$H_0: r = 0$$

Пример. Рассмотрим две переменные: продолжительность подготовки студентов к экзамену и итоговая оценка (из 100 баллов).

Исходные данные

X – часы подготовки	6	2	1	5	2	3
Y – итоговая оценка	82	63	57	88	68	75

Нанесите экспериментальные данные на график корреляционного поля. Какие предположения можно сделать относительно формы связи изучаемых показателей?

Проверьте, существует ли корреляционная связь между исследуемыми признаками и определите достоверность коэффициента корреляции (коэффициент корреляции Пирсона). Вычислите коэффициент детерминации. Прокомментируйте полученные результаты.

Решение.

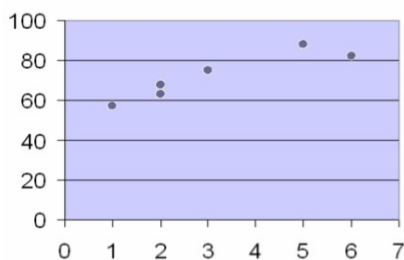


Рисунок - Графическое представление данных

Визуально видно, что имеется положительная линейная зависимость – чем больше часов, тем выше оценка.

Сформулируем нулевую и альтернативную гипотезы:

H_0 : корреляция между показателями времени подготовки и итоговой оценки значимо не отличается от нуля (является случайной).

H_1 : корреляция между показателями времени подготовки и итоговой оценки значимо отличается от нуля (является неслучайной).

Вычисление коэффициента корреляции Пирсона

№	x_i	y_i	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$	$y_i - \bar{Y}$	$(y_i - \bar{Y})^2$	$(x_i - \bar{X}) \cdot (y_i - \bar{Y})$
1	6	82	2,83	8,01	9,83	96,63	27,82
2	2	63	-1,17	1,37	-9,17	84,09	10,73
3	1	57	-2,17	4,71	-15,17	230,13	32,92
4	5	88	1,83	3,35	15,83	250,58	28,97
5	2	68	-1,17	1,37	-4,17	17,39	4,88
6	3	75	-0,17	0,03	2,83	8,01	-0,48
n=6	$\bar{X} = 3,17$	$\bar{Y} = 72,17$		$\Sigma = 18,84$		$\Sigma = 686,83$	$\Sigma = 104,84$

Вычислим средние квадратические отклонения:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{18,84}{6-1}} = 1,94, \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{686,83}{6-1}} = 11,72$$

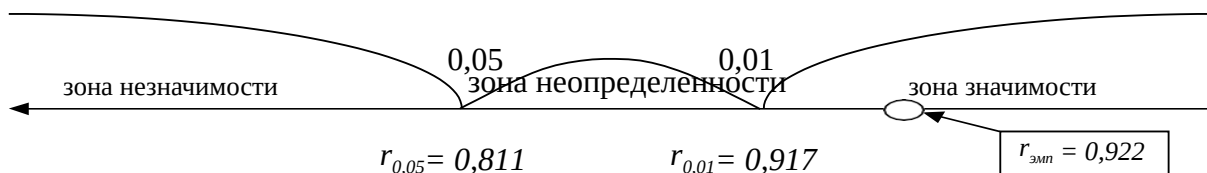
Вычислим коэффициент корреляции Браве — Пирсона :

$$r_{xy} = \frac{104,84}{(6-1) \cdot 1,94 \cdot 11,72} \approx 0,922.$$

Корреляционная связь между временем подготовки к экзамену и оценкой близка к линейной положительной. Чем студенты больше готовятся к экзамену, тем выше средний уровень успеваемости, и наоборот.

Определим уровень значимости (то есть степень достоверности) данного коэффициента.

Уровень значимости коэффициента корреляции вычислим при помощи таблицы 1 критических значений коэффициентов линейной корреляции Пирсона (см. Приложение, Лекция 4) для $n=6$:



Эмпирическое значение попало в зону значимости. В этом случае принимается альтернативная гипотеза H_1 о том, что корреляция между показателями времени подготовки и итоговой оценки значимо отличается от нуля (является неслучайной). Полученный результат достоверен на уровне значимости $p < 0,01$.

Коэффициент детерминации:

$$D = 0,922^2 \cdot 100 \% \approx 85\%.$$

Следовательно 85% общей дисперсии объясняются взаимным влиянием переменных X и Y , остальные 15% обусловлены влиянием других неучтенных факторов.

Вывод: Чем больше часов на подготовку к экзамену, тем выше результат.

Задание – Решение ситуационной задачи № 17 (Приложение 3).

Контрольные вопросы

1. Корреляция.
2. Задачи корреляционного анализа.
3. Построение корреляционного поля: определение формы, направления и степени взаимосвязи.
4. Классификация коэффициентов корреляции по силе и значимости.
5. Коэффициент детерминации.
6. Ошибка коэффициента корреляции.
7. Коэффициент линейной корреляции (коэффициент корреляции Пирсона).
8. Оценка достоверности коэффициента корреляции.

Рекомендованная литература

1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— С.40-44 // ЭБС Руконт: сайт. — URL: <https://lib.rucont.ru/efd/775919> (дата обращения: 08.09.2021).
2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / редактор Г.И. Попов. – 2-е изд. – Москва: Физическая культура, 2009. – 368 с.

ТЕМА: «Регрессионный анализ»

Цель/задачи работы - расчет формул линейной регрессии и графическое представление результатов анализа. Расчет коэффициента детерминации. Анализ полученных результатов.

Теоретический материал. Целью регрессионного анализа является измерение связи между зависимой переменной и одной (парный регрессионный анализ) или несколькими (множественный) независимыми переменными

Зависимая переменная (Y) — это переменная, описывающая процесс, который мы пытаемся предсказать или понять.

Независимые переменные (X) - это переменные, используемые для моделирования или прогнозирования значений зависимых переменных.

Задачи регрессионного анализа:

а) Установление формы зависимости. Относительно характера и формы зависимости между явлениями, различают положительную линейную и нелинейную и отрицательную линейную и нелинейную регрессию.

б) Определение функции регрессии в виде математического уравнения того или иного типа и установление влияния объясняющих переменных на зависимую переменную.

в) Оценка неизвестных значений зависимой переменной. С помощью функции регрессии можно воспроизвести значения зависимой переменной внутри интервала заданных значений объясняющих переменных (т. е. решить задачу интерполяции) или оценить течение процесса вне заданного интервала (т. е. решить задачу экстраполяции). Результат представляет собой оценку значения зависимой переменной.

Линейная регрессия - выраженная в виде прямой зависимость среднего значения какой-либо величины от некоторой другой величины. В отличие от функциональной зависимости

$y = f(x)$, когда каждому значению независимой переменной x соответствует одно определённое значение величины y , при линейной регрессии одному и тому же значению x могут соответствовать в зависимости от случая различные значения величины y .

Уравнение линейной регрессии:

$$Y = a + b_y \cdot X$$

Величина свободного члена и коэффициента регрессии определяются соответственно по формулам:

$$b_y = r_{xy} \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

$$a = \bar{Y} - b_y \cdot \bar{X}$$

Пример. Рассмотрим две переменные: продолжительность подготовки студентов к экзамену и итоговая оценка (из 100 баллов).

Исходные данные

X –часы подготовки	6	2	1	5	2	3
Y –итоговая оценка	82	63	57	88	68	75

Найти уравнение регрессии и дать графическое представление результатов анализа.

Решение. Рассчитаем средние арифметические значения показателей X и Y , средние квадратические отклонения показателей X и Y , коэффициент корреляции:

$$\bar{X} = 3,17, \quad \bar{Y} = 72,17, \quad \sigma_x = 1,94, \quad \sigma_y = 11,72, \quad r_{xy} = 0,922.$$

Вычислим величину свободного члена и коэффициент регрессии:

$$b_y = 0,922 \cdot \frac{11,72}{1,94} = 5,6$$

$$a = 72,17 - 5,6 \cdot 3,17 = 54,5.$$

Уравнение линейной регрессии X на Y примет вид: $y = 54,5 + 5,6x$.

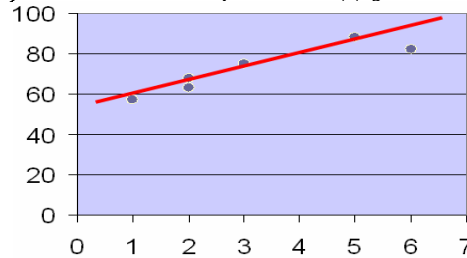


Рисунок – Линейная регрессия

Из полученного уравнения регрессии формально можно сделать следующие

выводы:

- 1) увеличение времени подготовки на 1 ч увеличивает полученную оценку на 5,6 балла;
- 2) чтобы улучшить результат на 10 баллов, необходимо заниматься на 1,8ч больше;
- 3) если не заниматься вообще ($x = 0$), то получишь 54,5 баллов;
- 4) чтобы получить 100 баллов, необходимо отзаниматься 8,01 ч.

Очевидно, что два последних заключения некорректны. Выводы имеют силу лишь для области изменения экспериментальных данных: $1 \leq x \leq 6$; $57 \leq y \leq 88$. Интерполяция на внешнюю область может приводить к необоснованным заключениям.

Задание – Решение ситуационной задачи № 20 (Приложение 3).

Контрольные вопросы

1. Цель и задачи регрессионного анализа
2. Уравнение линейной регрессии

Рекомендованная литература

1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— С.49-50 // ЭБС Руконт: сайт. — URL: <https://lib.rucont.ru/efd/775919> (дата обращения: 08.09.2021).
2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / редактор Г.И. Попов. – 2-е изд. – Москва: Физическая культура, 2009. – 368 с.

ТЕМА: «Ранговая корреляция»

Цель/задачи работы - составление диаграмм корреляционной зависимости. Вычисление коэффициента ранговой корреляции (коэффициент корреляции Спирмена, τ -Кендала), определение направления и степени взаимосвязи, уровня статистической значимости. Расчет коэффициента детерминации и ошибки коэффициента корреляции. Анализ полученных результатов.

Теоретический материал. Наряду с линейным коэффициентом корреляции для измерения тесноты связи между двумя коррелируемыми признаками часто используются

менее точные, но более простые по расчету коэффициенты корреляции рангов (или ранговые коэффициенты корреляции).

Ранговый коэффициент корреляции Спирмена основан на корреляции не самих значений коррелируемых признаков, а их рангов. Коэффициент ранговой корреляции r_s -Спирмена вычисляется по формуле:

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{(n-1) \cdot n \cdot (n+1)}$$

где d – разность рангов, n – число пар объектов

Формулировка гипотез: $H_0: r = 0$, $H_1: r \neq 0$

Пример 1. Определить достоверность взаимосвязи между показателями веса студента (x_i) и максимального количества сгибания и разгибания рук в упоре лежа (y_i) у 10 исследуемых с помощью расчета рангового коэффициента корреляции.

Исходные данные

x_i	85	75	73	77	77	81	78	90	83	80
y_i	26	20	25	22	27	28	16	15	18	24

Решение. Сформулируем нулевую и альтернативную гипотезы:

H_0 : корреляция между показателями веса студента и максимального количества сгибания и разгибания рук в упоре лежа значимо не отличается от нуля (является случайной).

H_1 : корреляция между показателями веса студента и максимального количества сгибания и разгибания рук в упоре лежа значимо отличается от нуля (является неслучайной).

Вычисление коэффициента корреляции Спирмена

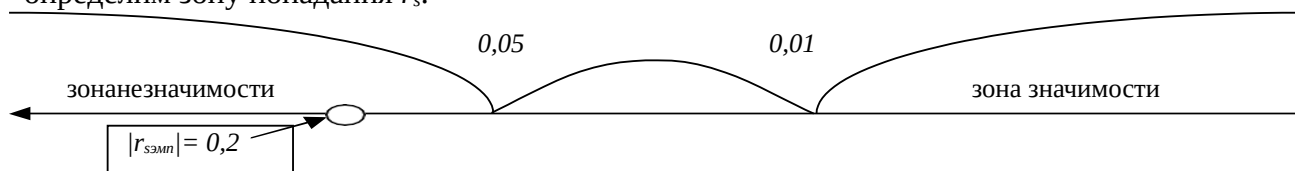
№	x_i	Ранг x_i	y_i	Ранг y_i	Разность рангов (d)	Квадрат разности (d^2)
1	85	9	26	8	1	1
2	75	2	20	4	-2	4
3	73	1	25	7	-6	36
4	77	3,5	22	5	-1,5	2,25
5	77	3,5	27	9	-5,5	30,25
6	81	7	28	10	-3	9
7	78	5	16	2	3	9
8	90	10	15	1	9	81
9	83	8	18	3	5	25
10	80	6	24	6	0	0
Σ					0	197,5

Рассчитываем эмпирическое значение r_s :

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot 197,5}{(10-1) \cdot 10 \cdot (10+1)} = -0,2$$

Таким образом, мы приходим к выводу, что наблюдается слабая отрицательная взаимосвязь, т. е. увеличение показателей веса вызывает снижение максимального количества сгибаний и разгибаний рук в упоре лежа в группе исследуемых.

Проверим значимость найденного рангового коэффициента корреляции. Найдем критические значения коэффициента ранговой корреляции Спирмена (см.табл.2 Приложения, Лекция 4) для $n=10$: $r_{0,05} = 0,64$, $r_{0,01} = 0,79$. Построим «ось значимости» и определим зону попадания r_s :



зона неопределенности

$$r_{0,05} = 0,64 \quad r_{0,01} = 0,79$$

Эмпирическое значение попало в зону незначимости. Следовательно, принимается нулевая гипотеза H_0 об отсутствии различий(связи). Таким образом, с вероятностью 95 % можно утверждать, что выявленная зависимость недостоверна.

Коэффициент корреляции τ -«тау» Кендалла является непараметрическим. Коэффициент предназначен для обработки данных полученных в ранговой шкале. Он основан на вычислении суммы инверсий и совпадений.

Коэффициент корреляции τ -Кендалла вычисляется по формуле:

$$\tau_{\text{эмп}} = 1 - \frac{4 \cdot Q}{n \cdot (n-1)}$$

где Q – сумма инверсий, n – число пар объектов.

Формулировка гипотез: $H_0: r = 0$

$H_1: r \neq 0$

Уровень значимости коэффициента корреляции проверяется по формуле:

$$T_{\text{эмп}} = |\tau_{\text{эмп}}| \cdot \sqrt{\frac{n-2}{1-\tau_{\text{эмп}}^2}}$$

где n – число коррелируемых признаков, а $\tau_{\text{эмп}}$ – коэффициент корреляции τ -Кендалла

Критические значения для коэффициента корреляции находим по таблице 3 критических значений критерия t -Стьюдента (см. Приложение, Лекция 4).

Число степеней свободы ищем по формуле: $df = n-2$.

Пример 2. Существует ли связь между показателями сформированности отношения к здоровью между старшеклассниками и их родителями?

Исходные данные

Учащиеся	14	11	18	17	15	24	18	18	18	17	13	22	15	17	14	27	19
Родители уч-ся	23	27	23	21	27	19	28	19	21	19	19	19	28	14	19	21	23

Решение. Сформулируем нулевую и альтернативную гипотезы:

H_0 : отсутствует статистически достоверная корреляционная связь между показателями сформированности отношения к здоровью учащихся и их родителей.

H_1 : существует статистически достоверная корреляционная связь между показателями сформированности отношения к здоровью учащихся и их родителей.

Составим вспомогательную таблицу:

Показатели сформированности отношения к здоровью

№	Учащиеся	Родители учащихся	Ранг родит.уч.	Инверсии
1	11	27	14,5	13
2	13	19	4,5	1
3	14	23	12	9
4	14	19	4,5	1
5	15	27	14,5	10
6	15	28	16,5	10
7	17	21	9	5
8	17	19	4,5	1
9	17	14	1	0
10	18	23	12	5
11	18	28	16,5	6
12	18	19	4,5	0
13	18	21	9	2
14	19	23	12	3
15	22	19	4,5	0
16	24	19	4,5	0
17	27	21	9	0
Σ				Q = 66

Проранжируем полученные показатели сформированности отношения к здоровью. Показатели учащихся упорядочим по возрастанию. В соответствии с этим и поменяются местами показатели родителей учащихся. В дальнейшем работа будет идти только с рангами родителей учащихся.

Подсчет числа инверсий происходит следующим образом:

Самое верхнее число предпоследнего столбца «Ранг» – 14,5. Подсчитаем сколько всего чисел ниже по столбцу меньше чем 14,5. Таких чисел 13, поэтому ставим число 13 в последний столбец «инверсия» рядом с 14,5. Следующий ранг 4,5. Ниже него по столбцу только ранг 1, поэтому в столбце «инверсия» ставим число 1. Далее ниже ранга 12 находим 9 рангов, которые меньше 12. В столбце «инверсия» ставим число 9. И так далее.

Сумма всех инверсий равна Q = 66. Получаем:

$$\tau_{\text{эмп}} = 1 - \frac{4 \cdot Q}{n \cdot (n-1)} = 1 - \frac{4 \cdot 66}{17 \cdot (17-1)} \approx 0,03.$$

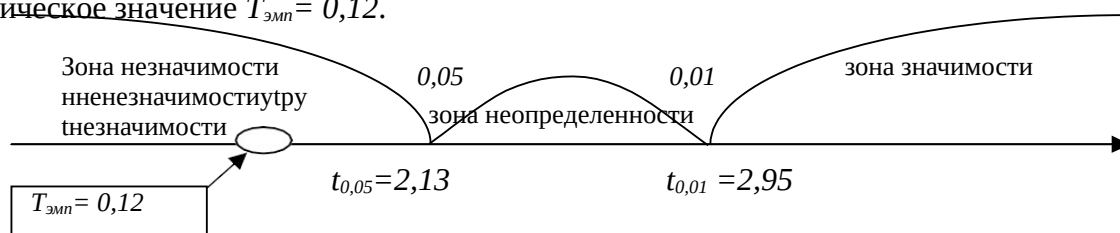
Уровень значимости коэффициента корреляции:

$$T_{\text{эмп}} = 0,03 \cdot \sqrt{\frac{17-2}{1-0,03^2}} \approx 0,12.$$

Критические значения для коэффициента корреляции находим по таблице 3 критических значений критерия t-Стьюдента (см. Приложение, Лекция 4). В нашем примере число степеней свободы будет $df = n-2 = 17-2 = 15$, поэтому наша часть таблицы выглядит следующим образом:

df	p	
	0,05	0,01
15	2,131	2,947

На «оси значимости» расположим критические значения $t_{0,05} = 2,13$, $t_{0,01} = 2,95$ и эмпирическое значение $T_{\text{эмп}} = 0,12$.



Полученная величина $T_{\text{эмп}}$ попала в зону незначимости. Принимается гипотеза H_0 о том, что отсутствует статистически достоверная корреляционная связь между показателями сформированности отношения к здоровью учащихся и их родителей.

Задание – Решение ситуационных задач № 18, 19 (Приложение 3).

Контрольные вопросы

1. Ранговая корреляция.
2. Непараметрический метод ранговой корреляции по Спирмену.
3. Непараметрический метод ранговой корреляции по τ -Кендала
4. Оценка достоверности коэффициента корреляции.
5. Расчет коэффициента детерминации.
6. Ошибка коэффициента корреляции.

Рекомендованная литература

1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— С.45-49 // ЭБС Руконт: сайт. — URL: <https://lib.rucont.ru/efd/775919> (дата обращения: 08.09.2021).
2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / редактор Г.И. Попов. – 2-е изд. – Москва: Физическая культура, 2009. – 368 с.

ТЕМА: «Сравнение распределений и меры связи для номинативных переменных»

Цель/задачи работы - сравнение эмпирического и равномерного распределений, сравнение эмпирических распределений с использованием критерия χ^2 . Анализ полученных результатов. Вычисление коэффициентов номинативной корреляции (коэффициент многоклеточной сопряженности С-Пирсона, коэффициент «фи-корреляции» Пирсона). Анализ полученных результатов.

Теоретический материал. Статистический критерий χ^2 используют в двух случаях:

1. Для расчета согласия эмпирического распределения и предполагаемого теоретического.
2. Для расчета однородности двух независимых экспериментальных выборок. Исходные данные для критерия могут быть получены в любой шкале.

Формула расчета критерия:

$$\chi^2_{\text{эмп}} = \sum \frac{(n_{\text{эмп}} - n_{\text{теор}})^2}{n_{\text{теор}}},$$

где $n_{\text{эмп}}$ – эмпирические частоты – частоты, полученные по выборке.

$n_{\text{теор}}$ – теоретические частоты – частоты, полученные путем вычисления на основе теоретических представлений о предполагаемом распределении.

Чем больше расхождение между экспериментальным и теоретическим (или двумя экспериментальными) распределениями, тем больше величина $\chi^2_{\text{эмп}}$. При полном совпадении сопоставляемых распределений $\chi^2_{\text{эмп}} = 0$.

Статистические гипотезы:

H_0 – эмпирические распределения признака не отличаются между собой.

H_1 – эмпирические распределения признака отличаются между собой.

Если $\chi^2_{\text{эмп}} < \chi^2_{\text{кр}} \Rightarrow H_0!$. Если $\chi^2_{\text{эмп}} > \chi^2_{\text{кр}} \Rightarrow H_1!$

Для проверки гипотезы при помощи хи-квадрат критерия необходимо соблюдение двух условий:

- 1) Выборка должна быть случайна;

2) Наблюдаемая частота должна быть не меньше 5.

Пример. Среди абитуриентов 1 курса ВЛГАФК был проведен опрос с целью выяснения, какому из пяти направлений они отдают предпочтение: легкая атлетика, спортивные игры, гимнастика, лыжный спорт и единоборства. Общее число опрошенных составило 100 человек.

Результаты опроса (распределение эмпирических частот)

Легкая атлетика	Спортивные игры	Гимнастика	Лыжный спорт	Единоборства
32	28	16	14	10

Можно ли сказать, что все эти направления одинаково предпочитаемы, или что одно из них является более популярной среди абитуриентов?

Решение. Если нет каких-либо особых предпочтений, то каждому направлению отдают предпочтение с одинаковой частотой. В таком случае каждая частота должна быть равна $100/5 = 20$, то есть приблизительно по 20 человек выберут каждое направление.

Распределение теоретических частот

Легкая атлетика	Спортивные игры	Гимнастика	Лыжный спорт	Единоборства
20	20	20	20	20

Сформулируем статистические гипотезы:

H_0 : У абитуриентов нет предпочтений по поводу выбора направлений.

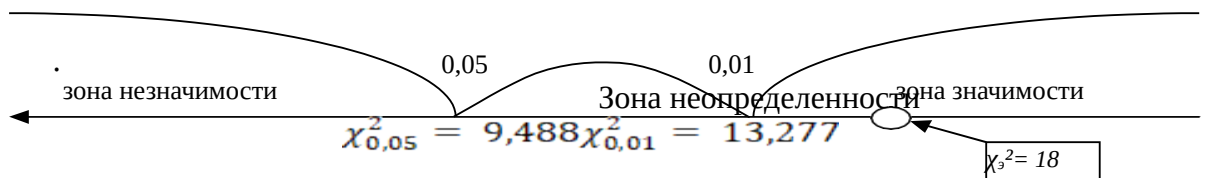
H_1 : У абитуриентов есть предпочтения.

Вычислим $\chi^2_{\text{эм}}$:

$$\chi^2_{\text{эм}} = \frac{(32 - 20)^2}{20} + \frac{(28 - 20)^2}{20} + \frac{(16 - 20)^2}{20} + \frac{(14 - 20)^2}{20} + \frac{(10 - 20)^2}{20} = 18$$

Количество степеней свободы для нахождения критического значения критерия вычисляют по формуле: $df = k - 1$, где k - количество разрядов признака.

В нашем случае число степеней свободы $df = 5 - 1 = 4$. Критическое значение равно (см.табл.6 Приложения, Лекция 5): $\chi^2_{0,05} = 9,488$; $\chi^2_{0,01} = 13,277$.



Эмпирическое значение попало в зону значимости. В этом случае принимается альтернативная гипотеза H_1 о том, что у абитуриентов существуют значимые предпочтения по поводу выбора направления. Полученный результат достоверен на уровне значимости $p < 0,01$.

Корреляционный анализ номинативных признаков.

При исследовании степени тесноты связи между качественными признаками, каждый из которых представлен в виде альтернативного признака, используют коэффициент ассоциации и коэффициент контингенции. Мерой альтернативных признаков является наличие или отсутствие их у объектов исследования.

При исследовании сопряженности двух альтернативных признаков исходные экспериментальные данные представляют в виде четырехклеточной таблицы сопряженности признаков. В этой таблице содержатся частоты a, b, c, d , соответствующие для выборки объема n наличию (+) или отсутствию (-) каждого из признаков «1» или «2» у испытуемых.

Четырехклеточной таблицы сопряженности признаков

Признак 1	Наличие (+)	Отсутствие (-)	Всего
Признак 2			

Наличие	a	b	$a+b$
Отсутствие	c	d	$c+d$
Всего	$a+c$	$b+d$	$a+b+c+d$

Коэффициент ассоциации определяется по формуле:

$$K_A = \frac{ad - bc}{ad + bc}$$

В тех случаях, когда хотя бы один из четырех показателей в таблице «четырёх полей» отсутствует, величина коэффициента ассоциации будет равна единице, что дает преувеличенную оценку степени тесноты связи между признаками, и предпочтение следует отдать коэффициенту контингенции

$$K_K = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

Коэффициенты ассоциации и контингенции изменяются от -1 до +1. Связь считается подтвержденной, если $|K_A|, 0,5 \leq |K_K|, 0,3 \leq$. Коэффициент контингенции всегда меньше коэффициента ассоциации.

Достоверность корреляции определяется с помощью критерия χ^2 по формуле:

$$\chi^2_{\text{эмп}} = nK^2, (n = a+b+c+d)$$

Вычисленное значение $\chi^2_{\text{эмп}}$ сравнивается с критическим $\chi^2_{\text{кр}}$, которое находится по табл.6 (см. Приложение, Лекция 5) при числе степеней свободы $df = 1$ (в случае 4-клеточной связи степень свободы всегда равна 1).

Если $\chi^2_{\text{эмп}} < \chi^2_{\text{кр}} \Rightarrow H_0!$. Если $\chi^2_{\text{эмп}} > \chi^2_{\text{кр}} \Rightarrow H_1!$

Делается вывод о наличии статистически значимой связи между признаками.

Пример. Изучить связь между чрезмерно строгой дисциплиной в семье и проявлением упрямства и непослушания у занимающихся в отделении ДЮСШ. Результаты наблюдений распределились следующим образом:

Результаты наблюдений

	Есть	Нет
Упрямство	$a = 7$	$b = 8$
Строгая дисциплина	$c = 5$	$d = 10$

Решение. Сформулируем статистические гипотезы:

H_0 : отсутствует связь между признаками.

H_1 : существует связь между признаками.

Вычислим коэффициент номинальной корреляции:

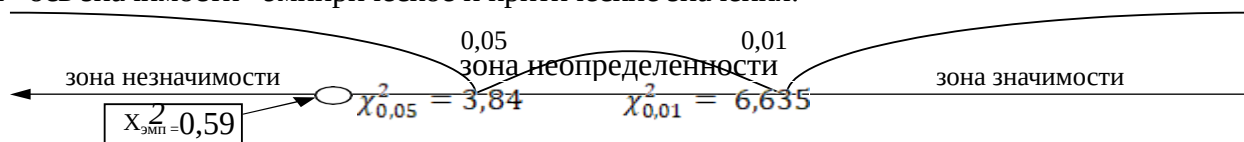
$$K_K = \frac{7 \cdot 10 - 8 \cdot 5}{\sqrt{(7+8)(5+10)(7+5)(8+10)}} \approx 0,14$$

$$n = 7 + 5 + 8 + 10 = 30.$$

Найдем эмпирическое значение χ^2 :

$$\chi^2_{\text{эмп}} = 0,14^2 \cdot 30 = 0,59$$

Критические значения для числа степеней свободы $df=1$: $\chi^2_{0,05} = 3,84$, $\chi^2_{0,01} = 6,635$. Нанесем на «ось значимости» эмпирическое и критические значения:



Полученная величина $\chi^2_{\text{эмп}}$ попала в зону незначимости. Принимается гипотеза H_0 о том, что отсутствует статистически достоверная связь между показателями чрезмерно строгой дисциплины в семье и проявлением упрямства и непослушания у занимающихся в отделении ДЮСШ.

Задание – Решение ситуационной задачи № 21, 22, 23 (Приложение 3).

Контрольные вопросы

1. Назначение статистического критерия χ^2
2. Статистические гипотезы
3. Формула расчета статистического критерия χ^2
4. Условия применения статистического критерия χ^2
5. Вычисление коэффициентов номинальной корреляции

Рекомендованная литература

1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева. — Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020. — С.51-55 // ЭБС Руконт: сайт. — URL: <https://lib.rucont.ru/efd/775919> (дата обращения: 08.09.2021).
2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / редактор Г.И. Попов. — 2-е изд. — Москва: Физическая культура, 2009. — 368 с.

ТЕМА: «Сравнение средних с помощью экспертных оценок. Т-критерий Уайта. ф-критерий Фишера»

Цель/задачи работы - сравнение средних с помощью экспертных оценок. Сравнение двух независимых распределений для установления достоверности различий с использованием Т-критерия Уайта. Сравнение двух как связанных, так и несвязанных между собой выборок с использованием ф-критерия Фишера. Анализ полученных результатов.

Теоретический материал. Сравнение средних с помощью экспертных оценок

В исследованиях, связанных со спортом, часто приходится подвергать анализу явления, не имеющие количественного выражения, а приведенные только описательно. В таких случаях анализ проводится с помощью экспертов-специалистов, имеющих опыт оценки данного явления.

Пример 1. Требуется оценить техническую подготовленность двух прыгунов в высоту с разбега, определив лучшего. С этой целью 15 экспертов по 5 бальной системе должны оценить три основные части прыжка – разбег, отталкивание и переход через планку. Оценки за каждую часть прыжка суммировались, большей сумме соответствовала лучшая техника. Были получены результаты:

Результаты прыжка в высоту

Испытуемые	Лучше	Хуже	Всего
Иванов	13(a)	2 (b)	15 (a+b)
Федоров	2(c)	13(d)	15 (c + d)
Всего	15 (a + c)	15 (b + d)	30 (a + b)+ (c+ d)

Следовательно, первый прыгун обладает лучшей техникой прыжка. Для проверки, насколько это достоверно и не является случайным, можно определить по формуле:

$$\chi^2_{\text{эмп}} = \frac{(a-b-1)^2}{a+b},$$

где a – большее число, b – меньшее число четырехпольной таблицы.

В данном случае: $\chi^2_{\text{эмп}} = \frac{(13-2-1)^2}{13+2} = 6,667$.

Полученный результат $\chi^2_{\text{эмп}} = 6,667$ сопоставляется с табличным значением $\chi^2_{\text{крит.}}$ (см. табл.6 Приложения, Лекция 5) для числа степеней свободы $df = 1$: $\chi^2_{0,05} = 3,842$, $\chi^2_{0,01} = 6,635$.

Сравнение показывает, что $\chi^2_{\text{эмп}} = 6,667 > \chi^2_{\text{крит}} = 6,635$. Таким образом, предположение о лучшей технике у первого прыгуна не случайно, а статистически достоверно на уровне значимости $p < 0,01$.

Т-критерий Уайта является непараметрическим, применяется при сравнении двух независимых распределений для установления достоверности различий. Предназначен для выборок равного и неравного объема.

Статистические гипотезы:

H_0 – отсутствуют статистически достоверные различия между признаками

H_1 – существуют статистически достоверные различия между признаками.

Пример 2. Определить эффективность обучения гимнастическим упражнениям по методике предписаний алгоритмического типа (экспериментальная группа) и целостной методике (контрольная группа). Оценка результатов обучения осуществлялась экспертной комиссией на основе 10-балльной системы, т.е. измерения сделаны по шкале порядка. Полученные оценки распределились следующим образом:

экспериментальная группа — 7,5; 7,7; 7,3; 8,0; 8,1; 8,2.

контрольная группа — 6,7; 6,9; 7,2; 7,0; 6,8; 7,3; 7,4.

Решение. Сформулируем *статистические гипотезы:*

H_0 – отсутствуют статистически достоверные различия между признаками;

H_1 – существуют статистически достоверные различия между признаками.

Проранжируем все полученные оценки в возрастающем порядке независимо от группы и поместим их для наглядности в таблицу. В верхних рядах расположим оценки, а в нижних — их ранги.

Результаты экспертной оценки выполнения гимнастических упражнений

Группы	n	Очки												
Эксп.	6							7,3		7,5	7,7	8,0	8,1	8,2
Контр.	7	6,7	6,8	6,9	7,0	7,2	7,3		7,4					
Рэ.								6,5		9	10	11	12	13
Рк.		1	2	3	4	5	6,5		8					

Вычислим сумму рангов отдельно для экспериментальной и контрольной групп:

$$SR_{\text{э.}} = 6,5 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 61,5,$$

$$SR_{\text{к.}} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6,5 + 8 = 29,5.$$

Проверим правильность вычислений:

$$SR_{\text{общ.}} = \frac{13(13+1)}{2} = 91.$$

Сумма вычисленных рангов тоже равна 91 ($SR_{\text{э.}} + SR_{\text{к.}} = 61,5 + 29,5 = 91$), значит расчеты произведены верно.

Далее меньшую сумму рангов ($T_{\text{эмп.}}$) сравниваем с табличным критерием $T_{\text{кр.}}$ (см.табл. 7 Приложения, Лекция 5) при 5 %-м уровне значимости. Для этого в левом столбце находим цифру, соответствующую большему количеству испытуемых в группе ($n = 7$), в верхней строчке — меньшему ($n = 6$). На пересечении этих цифр определяем значение $T_{\text{кр.}} = 27$.

Так как $T_{\text{кр.}} = 27 < T_{\text{эмп.}} = 29,5$, различия между полученными результатами следует признать недостоверными.

Таким образом, экспериментальная методика не оказала достоверно значимого положительного эффекта при обучении технике выполнения гимнастических упражнений по сравнению с методикой, применяемой контрольной группой. В данном случае нужно

или вносить коррективы в методику обучения, или увеличить количество испытуемых и еще раз провести эксперимент.

Критерий ϕ -Фишера – многофункциональный и предназначен для сравнения двух как связанных, так и несвязных между собой выборок, причем в сравниваемых выборках допускается неравное количество испытуемых. Критерий основан на подсчете процентных долей, и на их сравнении с помощью специальной таблицы: таблицы величин углов ϕ (в радианах) для разных процентных долей.

По таблице 3 (см. Приложение, Лекция 5) находим величины ϕ_1 и ϕ_2 соответствующие процентным долям в каждой группе.

Эмпирическое значение $\phi_{\text{эмп}}$ подсчитывается по формуле:

$$\phi_{\text{эмп}} = |\phi_1 - \phi_2| \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}},$$

где ϕ_1 – величина угла, соответствующая большей процентной доли;

ϕ_2 – величина угла, соответствующая меньшей процентной доли;

n_1 – число испытуемых первой группы;

n_2 – число испытуемых второй группы

Статистические гипотезы:

$H_0!$ – доля значений признака, у которых наблюдается исследуемый эффект в первой выборке не больше, чем во второй.

$H_1!$ – доля значений признака, у которых наблюдается исследуемый эффект в первой выборке больше, чем во второй.

Критические значения для критерия ϕ -Фишера имеют фиксированную величину. Они составляют:

$$\phi_{0,05} = 1,64; \phi_{0,01} = 2,28.$$

Пример. В сравнительном педагогическом эксперименте принимали участие юные гимнасты, распределенные на экспериментальную и контрольную группы. В экспериментальной группе ($n_1=30$), обучение гимнастическому упражнению проводилось по новой (экспериментальной) методике, а в контрольной ($n_2=35$) – по традиционной (общепринятой). В итоге получены следующие результаты: в экспериментальной группе из 30 человек упражнение выполнили 25 испытуемых, в контрольной группе из 35 человек упражнение выполнили 20 испытуемых. Проверить достоверность различий на основе ϕ -критерия углового преобразования Фишера и выяснить эффективность экспериментальной методики обучения гимнастическому упражнению.

Решение. Сформулируем статистические гипотезы:

$H_0!$ – отсутствуют статистически достоверные различия

$H_1!$ – существуют статистически достоверные различия

Для расчета критерия ϕ -Фишера составим четырехклеточную таблицу :

Четырехклеточная таблица для расчета критерия ϕ -Фишера

Группа	Выполнили упражнение	Не выполнили упражнение	Всего
1	25	5	30
2	20	15	35
Всего	45	20	65

Для решения этой задачи испытуемых, выполнивших упражнение, необходимо перевести в проценты:

$$\frac{25}{30} \cdot 100\% = 83,3\%$$

$$\frac{20}{35} \cdot 100\% = 57,1\%$$

По таблице 3 (см. Приложение, Лекция 5) находим величины φ_1 и φ_2 , соответствующие процентным долям в каждой группе. Для 83,3% соответствующая величина $\varphi_1 = 2,3$, а для 57,1% - $\varphi_2 = 1,713$.

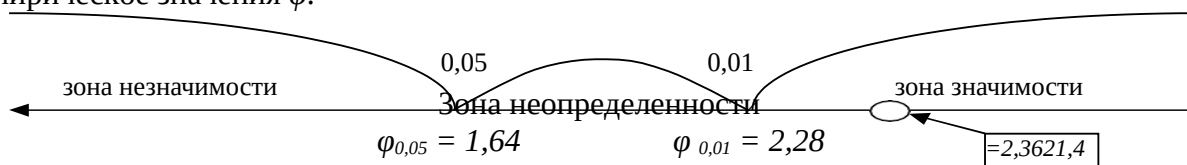
Вычислим эмпирическое значение $\varphi_{\text{эмп}}$:

$$\varphi_{\text{эмп}} = |2,3 - 1,713| \cdot \sqrt{\frac{30 \cdot 35}{30 + 35}} \approx 2,36$$

Критические значения для критерия φ -Фишера имеют фиксированную величину:

$$\varphi_{0,05} = 1,64; \varphi_{0,01} = 2,28.$$

Построим ось значимости, на которой расположим критические и эмпирическое значения φ :



Эмпирическое значение попало в зону значимости. В этом случае *принимается альтернативная гипотеза H_1* о том, что существуют статистически достоверные различия между группами.

Полученный результат статистически достоверен на уровне значимости $p < 0,01$. Экспериментальная методика обучения гимнастическому упражнению оказалась эффективной.

Задание – Решение ситуационных задач № 24, 27, 28 (Приложение 3).

Контрольные вопросы

1. Сравнение средних с помощью экспертных оценок
2. Назначение Т-критерия Уайта
3. Статистические гипотезы
4. Нахождение эмпирического значения
5. Условия применения Т-критерия Уайта
6. Назначение φ -критерия Фишера
7. Статистические гипотезы
8. Формула расчета критерия φ -критерия Фишера
9. Условия применения φ -критерия Фишера

Рекомендованная литература

1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020.— С.55-56, 60-62 // ЭБС Руконт: сайт. — URL: <https://lib.rucont.ru/efd/775919> (дата обращения: 08.09.2021).
2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / редактор Г.И. Попов. — 2-е изд. — Москва: Физическая культура, 2009. — 368 с.

ТЕМА: «Т- критерий Стьюдента для несвязанных измерений. F-критерий Фишера»

Цель/задачи работы - оценка достоверности различий между двумя независимыми выборками с использованием Т-критерия Стьюдента. Сравнение величин выборочных дисперсий двух независимых выборок, принадлежащих к одной и той же генеральной совокупности с использованием F-критерия Фишера. Анализ полученных результатов.

Теоретический материал. t-Критерий Стьюдента является параметрическим. Его используют с целью оценки достоверности различий между двумя независимыми выборками. Допускается неравное количество элементов в сравниваемых выборках.

Критерий имеет следующую формулу:

$$t = \frac{|\bar{X} - \bar{Y}|}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}},$$

где $\bar{X}$ и $\bar{Y}$ – средние арифметические рядов X и Y ,

σ_x^2 и σ_y^2 – дисперсии рядов X и Y ,

n_x и n_y – число элементов в выборках X и Y .

Количество степеней свободы для нахождения критического значения критерия (см. табл.1 приложения Лекция 5) вычисляют по формуле:

$$df = n_x + n_y - 2$$

Условия применения:

- Сравниваемые значения не составляют пару коррелирующих значений
- Распределение признаков в каждой выборке соответствует нормальному распределению

- Дисперсии признака в выборках примерно равны

Статистические гипотезы:

H_0 : средние значения признака в обеих выборках не различаются

H_1 : средние значения признака в обеих выборках статистически значимо различаются

Пример 1. Две группы студентов обучались по двум различным методикам. В конце обучения с ними был проведен тест по всему курсу. Необходимо оценить, насколько существенны различия в полученных знаниях. Результаты тестирования представлены в таблице.

Результаты тестирования

Экспериментальная группа	38	35	33	36	32	25	40	42	30	36
Контрольная группа	34	27	42	37	26	22	25	36	26	30

Решение: Сформулируем статистические гипотезы:

H_0 : средние значения признака в обеих выборках не различаются

H_1 : средние значения признака в обеих выборках статистически значимо различаются

Число элементов в выборках: $n_x = n_y = 10$.

Составим вспомогательную расчетную таблицу :

Расчеты t-критерия Стьюдента для независимых измерений

№	x_i	y_i	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$	$y_i - \bar{Y}$	$(y_i - \bar{Y})^2$
1	38	34	3,3	10,89	3,5	12,25
2	35	27	0,3	0,09	-3,5	12,25
3	33	42	-1,7	2,89	11,5	132,25
4	36	37	1,3	1,69	6,5	42,25
5	32	26	-2,7	7,29	-4,5	20,25
6	25	22	-9,7	94,09	-8,5	72,25
7	40	25	5,3	28,09	-5,5	30,25
8	42	36	7,3	53,29	5,5	30,25
9	30	26	-4,7	22,09	-4,5	20,25
10	36	30	1,3	1,69	-0,5	0,25
Σ	$\bar{X} = 34,7$	$\bar{Y} = 30,5$		222,1		372,5

Рассчитаем дисперсию:

$$\sigma_x^2 = \frac{222,1}{10-1} = 24,7, \quad \sigma_y^2 = \frac{372,5}{10-1} = 41,4.$$

Вычислим значение $t_{расч}$:

$$t_{расч} = \frac{|34,7 - 30,5|}{\sqrt{\frac{24,7}{10} + \frac{41,4}{10}}} = 1,62$$

Количество степеней свободы: $df = 10 + 10 - 2 = 18$

По таблице 1 (см. приложение, Лекция 5) находим критическое значение $t_{кр}$ для уровня значимости $p = 0,05$: $t_{кр} = 2,1$.

Вывод: так как расчетное значение критерия меньше критического $1,62 < 2,1$ следовательно, гипотеза H_0 ! подтверждается: существенных различий в методиках обучения нет в 95% случаев.

F-критерий Фишера является параметрическим. Позволяет сравнивать величины выборочных дисперсий двух независимых выборок, принадлежащих к одной и той же генеральной совокупности.

Критерий Фишера применяется для больших ($n > 30$) и малых выборок ($n < 30$). Он функционально связан с вероятностью, имеет непрерывную функцию распределения и зависит от чисел степеней свободы сравниваемых дисперсий. Характерным для F-критерия оказывается то, что он полностью определяется выборочными дисперсиями и не зависит от генеральных переменных.

Для вычисления $F_{эмп}$ нужно найти отношение дисперсий двух выборок, причем так, чтобы большая по величине дисперсия находилась бы в числителе, а меньшая – в знаменателе.

$$F_{эмп} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2},$$

где σ_1^2 – большая дисперсия, σ_2^2 – меньшая дисперсия.

Статистические гипотезы:

H_0 : дисперсии показателей двух групп статистически значимо не различаются ($\sigma_x^2 = \sigma_y^2$);

H_1 : дисперсии показателей двух групп статистически значимо различаются ($\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$).

Число степеней свободы определяется: $df_1 = n_1 - 1$ для первой выборки (т.е. для той выборки, величина дисперсии которой больше) и $df_2 = n_2 - 1$ для второй выборки.

Критические значения критерия Фишера (см. табл. 2 Приложения, Лекция 5) находятся по величинам df_1 (верхняя строчка таблицы) и df_2 (левый столбец таблицы).

Если $F_{эмп} > F_{крит}$, то принимается **нулевая гипотеза**, в противном случае принимается **альтернативная**.

Пример 2. Две группы юных баскетболистов (юноши и девушки) выполняли контрольное упражнение, которое оценивалось по количеству попадания мяча в корзину из 10 бросков. С помощью критерия F-Фишера установить: относятся ли статистически значимо эти группы к одной выборке.

Результаты измеренного признака

Юноши	8	7	6	8	9	9	6	8	7	5
Девушки	5	8	8	6	8	7	6	6		

Решение. Сформулируем статистические гипотезы:

H_0 ! – дисперсии показателей двух групп статистически значимо не различаются

H_1 ! – дисперсии показателей двух групп статистически значимо различаются

Расчеты F-Критерия Фишера

№	x_i	y_i	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$	$y_i - \bar{Y}$	$(y_i - \bar{Y})^2$
1	8	5	0,7	0,49	-1,75	3,06
2	7	8	-0,3	0,09	1,25	1,56
3	6	8	-1,3	1,69	1,25	1,56
4	8	6	0,7	0,49	-0,75	0,56
5	9	8	1,7	2,89	1,25	1,56
6	9	7	1,7	2,89	0,25	0,06
7	6	6	-1,3	1,69	-0,75	0,56
8	8	6	0,7	0,49	-0,75	0,56
9	7		-0,3	0,09		
10	5		-2,3	5,29		
Σ	$\bar{X} = 7,3$	$\bar{Y} = 6,75$		16,1		9,48

Число элементов в выборках: $n_x = 10$, $n_y = 8$.

Рассчитаем дисперсию:

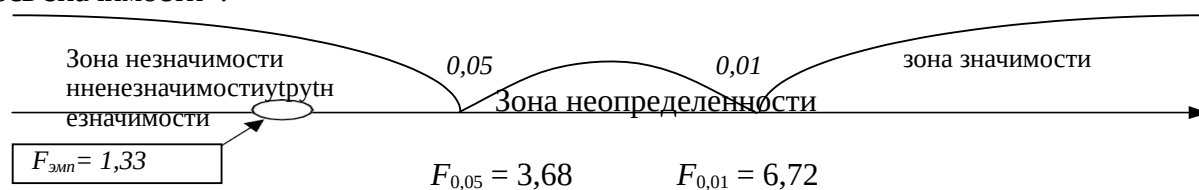
$$\sigma_x^2 = \frac{16,1}{10-1} = 1,79, \quad \sigma_y^2 = \frac{9,48}{8-1} = 1,35 \quad (\sigma_x^2 > \sigma_y^2).$$

Вычислим значение $F_{\text{эмп}}$:

$$F_{\text{эмп}} = \frac{1,79}{1,35} \approx 1,33.$$

Определим число степеней свободы: $df_{\text{числ}} = 10 - 1 = 9$; $df_{\text{знам}} = 8 - 1 = 7$.

Найдем критические значения критерия Фишера (см. Лекция 5) и нанесем их на «ось значимости»:



Полученная величина $F_{\text{эмп}}$ попала в зону незначимости. Принимается гипотеза H_0 о том, что достоверность различий показателей дисперсии испытуемых групп не обнаружена.

Задание – Решение ситуационных задач № 25, 26 (Приложение 3).

Контрольные вопросы

1. Назначение Т- критерия Стьюдента для несвязанных измерений
2. Статистические гипотезы
3. Формула расчета Т- критерия Стьюдента для несвязанных измерений
4. Условия применения Т- критерия Стьюдента
5. Назначение F-критерия Фишера
6. Статистические гипотезы
7. Формула расчета F-критерия Фишера
8. Условия применения F-критерия Фишера

Рекомендованная литература

1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— С.57-60 // ЭБС Руконт: сайт. — URL: <https://lib.rucont.ru/efd/775919> (дата обращения: 08.09.2021).
2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / редактор Г.И. Попов. – 2-е изд. – Москва: Физическая культура, 2009. – 368 с.

ТЕМА: «U-критерий Манна-Уитни. Q-критерий Розенбаума»

Цель/задачи работы - сравнение двух независимых выборок с использованием непараметрического U-критерия Манна-Уитни, Q-критерия Розенбаума. Анализ полученных результатов.

Теоретический материал. U-критерий Манна-Уитни – непараметрический, применяется для оценки различий по показателям какого-либо признака между двумя независимыми выборками, если данные представлены в ранговой шкале или в метрических шкалах, но не укладываются в кривую нормального распределения.

Количество элементов в сравниваемых выборках может быть не одинаковым. В выборке должно быть не менее 3 и не более 60 респондентов.

Статистические гипотезы:

H_0 – отсутствуют статистически достоверные различия между признаками

H_1 – существуют статистически достоверные различия между признаками

Формула подсчета эмпирического значения:

$$U_{\text{эмп}} = (n_1 \cdot n_2) + \frac{n_x(n_x+1)}{2} - T_x$$

где n_1 – количество испытуемых в первой выборке

n_2 – количество испытуемых во второй выборке

n_x – количество испытуемых в группе с большей суммой рангов

T_x – большая из двух ранговых сумм

Критические значения для критерия U-Манна-Уитни находим по таблице 4 Приложения (см. Лекция 5). Поиск критических величин ведется по числу испытуемых.

Если $U_{\text{эмп}} > U_{\text{кр}}$, то гипотеза H_0 принимается. Если $U_{\text{эмп}} \leq U_{\text{кр}}$, то гипотеза H_0

отвергается, и принимается гипотеза H_1 .

Пример 1. Две группы спортсменов тренировались по разным методикам: первая – по экспериментальной, вторая – по традиционной. Эффективность методик оценивалась по результатам выполнения контрольного упражнения после цикла тренировок. Применяя статистический критерий U-Манна-Уитни сравнить результаты, показанные спортсменами двух групп при выполнении контрольного упражнения.

Результаты спортсменов двух групп при выполнении контрольного упражнения

I группа	9,3	9,0	9,4	8,9	9,3	9,5	9,2	9,0	9,2	9,3
II группа	9,0	9,1	8,7	8,9	9,0	8,8	9,2	8,8	9,0	8,9

Решение. Сформулируем статистические гипотезы:

H_0 – оценки за выполнение контрольного упражнения у спортсменов второй группы не ниже оценок спортсменов первой группы;

H_1 – оценки за выполнение контрольного упражнения у спортсменов второй группы ниже оценок спортсменов первой группы.

Объединим полученные данные в один ряд и упорядочим его по возрастанию. Для удобства отметим данные, относящиеся к первой выборке, жирным курсивом, а ко второй – подчеркиванием:

Применение критерия Манна-Уитни

x_i						8,9				9,0	9,0			9,2	9,2	9,3	9,3	9,3	9,4	9,5
y_i	<u>8,7</u>	<u>8,8</u>	<u>8,8</u>	<u>8,9</u>	<u>8,9</u>		<u>9,0</u>	<u>9,0</u>	<u>9,0</u>			<u>9,1</u>	<u>9,2</u>							
R	<u>1</u>	<u>2,5</u>	<u>2,5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	5	<u>9</u>	<u>9</u>	<u>9</u>	9	9	<u>12</u>	<u>14</u>	14	14	17	17	17	19	20

Вычислим суммы рангов вариантов, относящихся к первой и второй выборкам:

$$R_1 = 5 + 9 + 9 + 14 + 14 + 17 + 17 + 17 + 19 + 20 = 141$$

$$R_2 = 1 + 2,5 + 2,5 + 5 + 5 + 9 + 9 + 9 + 12 + 14 = 69$$

Проверим правильность вычислений сумм рангов $R_1 + R_2 = 210$

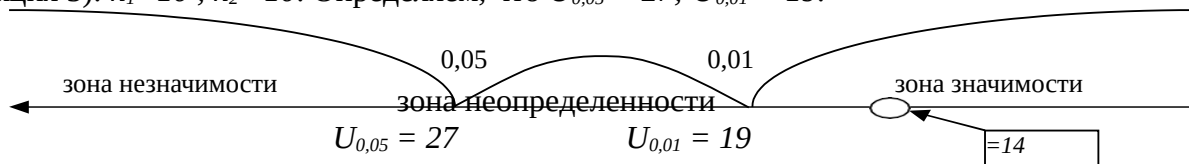
$$(R_1 + R_2 = 0,5 \cdot (n_1 + n_2) \cdot (n_1 + n_2 + 1) = 210$$

Определим большую из двух ранговых сумм. Сумма рангов для первой выборки больше: $R_1 = 141$.

Вычислим эмпирическое значение :

$$U_{\text{эмп}} = (10 \cdot 10) + \frac{10(10 + 1)}{2} - 141 = 14$$

Поиск критических величин ведется по числу испытуемых (см.табл.4 Приложения, Лекция 5): $n_1 = 10$, $n_2 = 10$. Определяем, что $U_{0,05} = 27$; $U_{0,01} = 19$.



Эмпирическое значение попало в зону значимости. В этом случае *принимается альтернативная гипотеза H_1* о том, что результаты спортсменов первой группы выше результатов спортсменов второй группы. Полученный результат статистически достоверен на уровне значимости $p < 0,01$, что свидетельствует об эффективности экспериментальной методики тренировки.

Q-критерий Розенбаума является непараметрическим, предназначен для сравнения двух несвязных между собой выборок, причем допускается неравное количество элементов в сравниваемых выборках. Критерий основан на подсчете «хвостов», т.е. тех элементов одной выборки, которые не имеют схожих элементов из другой выборки.

Статистические гипотезы:

H_0 – отсутствуют статистически достоверные различия между признаками

H_1 – существуют статистически достоверные различия между признаками

Формула подсчета эмпирического значения: $Q_{\text{эмп}} = S + T$,

где S – левый хвост, T – правый хвост. Величина S равна числу элементов первого ряда, которые находятся слева и не имеют совпадающих элементов второго ряда.

Величина T – числу элементов второго ряда, находящихся справа и не имеющих совпадающих элементов первого ряда.

Ограничения применимости критерия

1. В каждой из выборок должно быть не менее 11 значений признака.
2. Объемы выборок должны примерно совпадать.
3. Если объемы выборок меньше 50, то абсолютная величина разности n_1 (количество единиц в первой выборке) и n_2 (количество единиц во второй выборке) не должна быть больше 10.
4. Если объемы выборок между 50 и 100, то абсолютная величина разности n_1 и n_2 не должна быть больше 20;
5. Если объемы выборок больше 100, то допускается, чтобы одна из выборок превышала другую не более чем в 1,5 – 2 раза.
6. Диапазоны значений признака в двух выборках не должны совпадать между собой.

Замечание. В случае если один из двух рядов имеет два «хвоста», Q-критерий Розенбаума неприменим! В этих случаях необходимо применять U-критерий Манна-Уитни.

Пример 2. У двух групп спортсменов, тренирующихся по различным методикам, были измерены некоторые показатели. Можно ли утверждать, что одна из групп превосходит другую по уровню измеренного признака.

Результаты измеренного признака

I выборка	137	139	129	137	140	137	136	134	137	126	132	135	141	134	141	141
II выборка	131	132	124	137	125	124	131	125	128	125	121	128	120			

Решение. Сформулируем статистические гипотезы:

H_0 – спортсмены первой не превосходят спортсменов второй группы по уровню измеренного признака;

H_1 – спортсмены первой превосходят спортсменов второй группы по уровню измеренного признака.

Упорядочим значения в обеих выборках ($n_1 = 16, n_2 = 13$):

I выборка: 126, 129, 132, 134, 134, 135, 136, 137, 137, 137, 137, 139, 140, 141, 141, 141

II выборка: 120, 121, 124, 124, 125, 125, 125, 128, 128, 131, 131, 132, 137

Определяем наибольшее значение во второй выборке – 137. Подсчитываем количество значений первой выборки, которые больше максимального значения второй выборки:

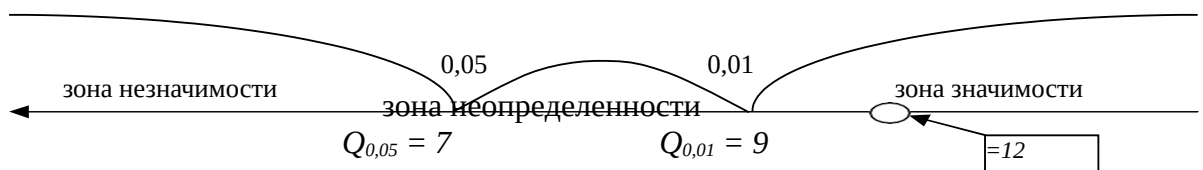
$T = 5$.

Определяем наименьшее значение в первой выборке – 126. Определяем количество значений второй выборки, которые меньше минимального значения первой выборки:

$S = 7$

Вычисляем $Q_{\text{эмп}}$: $Q_{\text{эмп}} = 5 + 7 = 12$.

По таблице 5 Приложения (см. Лекция 5) для $n_1 = 16, n_2 = 13$, определяем критические значения: $Q_{0,05} = 7, Q_{0,01} = 9$.



Так как эмпирическое значение попало в зону значимости, -принимается гипотеза H_1 , согласно которой спортсмены первой группы превосходят спортсменов второй группы по уровню измеренного признака. Полученный результат статистически достоверен на уровне значимости $p < 0,01$.

Задание – Решение ситуационных задач № 29, 30 (Приложение 3).

Контрольные вопросы

1. Назначение U-критерия Манна-Уитни.
2. Статистические гипотезы.
3. Формула расчета критерия U-критерия Манна-Уитни.
4. Условия применения U-критерия Манна-Уитни.
5. Назначение Q-критерия Розенбаума.
6. Статистические гипотезы.
7. Формула расчета Q-критерия Розенбаума.
8. Условия применения Q-критерия Розенбаума.

Рекомендованная литература

1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— С.63-66 // ЭБС Руконт: сайт. — URL: <https://lib.rucont.ru/efd/775919> (дата обращения: 08.09.2021).
2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / редактор Г.И. Попов. – 2-е изд. – Москва: Физическая культура, 2009. – 368 с.

ТЕМА: «Т-критерий Стьюдента для зависимых измерений. G – критерий знаков»

Цель/задачи работы - оценки достоверности сдвига значений в зависимых выборках с использованием Т-критерия Стьюдента для зависимых измерений. Установление общего направления сдвига исследуемого признака с использованием G – критерия знаков. Анализ полученных результатов.

Теоретический материал. *t-критерий Стьюдента* является параметрическим и используется с целью оценки достоверности сдвига значений в зависимых выборках.

Метод позволяет проверить гипотезу о том, что средние значения двух генеральных совокупностей, из которых извлечены две сравниваемые зависимые выборки, отличаются друг от друга. Допущение зависимости чаще всего значит, что признак измерен на одной и той же выборке дважды, например, до воздействия и после него.

Формула t-критерия Стьюдента:

$$t_{\text{эмп}} = \frac{\bar{X}_d}{\sigma_d / \sqrt{n}},$$

где $\bar{X}_d$ – средняя разность значений;

σ_d – стандартное отклонение разностей;

n – количество испытуемых в выборке.

Количество степеней свободы для нахождения критического значения критерия (см. табл.1 Приложения, Лекция 5) вычисляют по формуле: $df = n - 1$.

Статистические гипотезы:

H_0 : сдвиг между показателями недостоверен;

H_1 : сдвиг между показателями достоверен.

Ограничения:

- Сравниваемые значения составляют пару коррелирующих значений

- Распределения признака и в той, и в другой выборке существенно не отличаются от нормального.

- Дисперсии выборок равны.

- Признак измерен в метрической шкале.

Альтернатива: непараметрический Т-критерий Вилкоксона (если распределение в выборке не нормальное).

Пример 1. Комплексной программой по физическому воспитанию для учащихся общеобразовательной школы предусмотрена работа по развитию физических качеств и их оценка по определенным тестам. Так, например, гибкость определяется наклоном вперед из положения стоя (см). Для этого в начале и в конце учебного года проведено тестирование мальчиков 5-го класса ($n=15$) и получены следующие результаты:

X (начало учебного года): 3, 4, 8, 7, 6, 10, 9, 7, 2, 6, 5, 8, 7, 9, 11

Y (конец учебного года): 6, 8, 10, 11, 9, 12, 6, 10, 5, 8, 9, 8, 9, 11, 12

Проверить эффективность работы за учебный год.

Решение. Сформулируем статистические гипотезы:

H_0 : сдвиг между показателями недостоверен;

H_1 : сдвиг между показателями достоверен.

Составим таблицу расчетов для определения $t_{\text{эмп}}$.

Таблица расчетов для определения $t_{\text{эмп}}$

Учащиеся	x_i	y_i	$d_i = y_i - x_i$	$d_i - \bar{X}_d$	$(d_i - \bar{X}_d)^2$
1	3	6	3	0,9	0,81
2	4	8	4	1,9	3,61
3	8	10	2	-0,1	0,01
4	7	11	4	1,9	3,61

5	6	9	3	0,9	0,81
6	10	12	2	-0,1	0,01
7	9	6	-3	-5,1	26,01
8	7	10	3	0,9	0,81
9	2	5	3	0,9	0,81
10	6	8	2	-0,1	0,01
11	5	9	4	1,9	3,61
12	8	8	0	-2,1	4,41
13	7	9	2	-0,1	0,01
14	9	11	2	-0,1	0,01
15	11	12	1	-1,1	1,21
Σ			32		45,75

Рассчитаем среднее арифметическое разностей:

$$\bar{X}_d = \frac{\Sigma d_i}{n} = \frac{32}{15} \approx 2,1$$

Вычислим среднеквадратическое отклонение разностей:

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\Sigma (d_i - \bar{X}_d)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{45,75}{15-1}} = 1,8$$

Рассчитаем значение коэффициента Стьюдента:

$$t_{\text{эмп}} = \frac{2,1}{1,8/\sqrt{15}} = 4,52$$

Количество степеней свободы: $df = 15 - 1 = 14$

По таблице 1 (см. Приложение, Лекция 5) находим критические значения:

$$t_{0,05} = 2,14, t_{0,01} = 2,98.$$

Так как $t_{\text{эмп}} > t_{0,01}$, то нулевая гипотеза H_0 отвергается и принимается гипотеза H_1 .
Полученный результат статистически достоверен на уровне значимости $p < 0,01$.

Вывод: в результате проведения работы в течение учебного года произошел значительный прирост в показателях развития гибкости у учащихся данного класса.

G – критерий знаков является непараметрическим и применяется только для зависимых выборок. Он предназначен для установления общего направления сдвига исследуемого признака. Позволяет установить в какую сторону в выборке в целом изменяются значения признака при переходе от первого измерения ко второму.

Применение критерия G – знаков не зависит от характера распределения данных. Количество наблюдений в обоих замерах должно быть не менее 5 и не более 300.

Наибольшая сумма сдвигов называется *типичным сдвигом* и обозначается буквой n .

Наименьшая сумма сдвигов – *нетипичным сдвигом* и обозначается $G_{\text{эмп}}$.

Замечание. В том случае если общее число положительных и отрицательных сдвигов оказывается равным, то критерий G – знаков не применим! В этих случаях необходимо применять другие критерии, например, критерий Т-Вилкоксона.

Пример 2. Группе студентов из 15 человек в течение двух месяцев на занятиях по физической культуре отводили время для силовой подготовки с целью улучшения результата в подтягивании на перекладине. Оцените эффективность этих тренировок. Результаты исследования представлены в таблице.

Динамика результатов в подтягивании на перекладине

Этап	Результаты в подтягивании на перекладине														
Исходный	8	11	10	12	15	12	9	11	10	10	12	14	13	10	7
Заключительный	10	12	12	14	15	14	11	10	11	12	12	15	12	12	10
Различия	+	+	+	+	0	+	+	–	+	+	0	+	–	+	+

Сформулируем статистические гипотезы:

H_0 : сдвиг в сторону улучшения результатов после тренировки является случайным;

H_1 : сдвиг в сторону улучшения результатов после тренировки является неслучайным.

Итак, улучшение отмечалось в 11 случаях (типичный сдвиг), ухудшение — в двух случаях (нетипичный сдвиг). Следовательно, $G_{\text{эмп}} = 2$. В двух случаях результаты остались без изменения. Отбросив два не изменившихся результата от общего количества ($n = 13$), по таблице 8 (см. Приложение, Лекция 5) определяем критические значения: $G_{0,05} = 3, G_{0,01} = 1$.

Так как $G_{\text{эмп}} < G_{0,05}$, - принимается гипотеза H_1 о том, что сдвиг показателей после тренировок является неслучайным, что говорит об эффективности тренировок. Полученный в результате эксперимента сдвиг показателей статистически достоверен на уровне значимости $p < 0,05$.

Задание – Решение ситуационных задач № 31, 32 (Приложение 3).

Контрольные вопросы

1. Назначение Т- критерия Стьюдента для зависимых измерений
2. Статистические гипотезы
3. Формула расчета критерия Т- критерия Стьюдента для зависимых измерений
4. Условия применения Т- критерия Стьюдента
5. Назначение G – критерия знаков
6. Статистические гипотезы
7. Нахождение эмпирического значения $G_{\text{эмп}}$
8. Условия применения G – критерия знаков

Рекомендованная литература

1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— С.67-69 // ЭБС Руконт: сайт. — URL: <https://lib.rucont.ru/efd/775919> (дата обращения: 08.09.2021).
2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / редактор Г.И. Попов. – 2-е изд. – Москва: Физическая культура, 2009. – 368 с.

ТЕМА: «Т-критерий Вилкоксона»

Цель/задачи работы - оценки достоверности сдвига значений в зависимых выборках с использованием Т-критерия Вилкоксона. Анализ полученных результатов.

Теоретический материал. **t-критерий Вилкоксона** является непараметрическим, применяется для оценки различий экспериментальных данных полученных в двух разных условиях на одной и той же выборке испытуемых. Он позволяет установить насколько сдвиг показателей в каком-то одном направлении является более интенсивным, чем в другом.

Суть метода состоит в сопоставлении выраженности сдвигов в том и ином направлениях по абсолютной величине. Для этого сначала ранжируются все абсолютные величины сдвигов, а потом суммируются ранги.

Если сдвиги в положительную и в отрицательную сторону происходят случайно, то суммы рангов абсолютных значений их будут примерно равны.

Если же интенсивность сдвига в одном из направлений перевешивает, то сумма рангов абсолютных значений сдвигов в противоположную сторону будет значительно ниже, чем это могло бы быть при случайных изменениях.

Первоначально исходят из предположения о том, что *типичным* сдвигом будет сдвиг в более часто встречающемся направлении, а *нетипичным* сдвигом – сдвиг в более редко встречающемся направлении.

Статистические гипотезы:

H_0 : Интенсивность сдвигов в типичном направлении не превосходит интенсивности сдвигов в нетипичном направлении.

H_1 : Интенсивность сдвигов в типичном направлении превышает интенсивность сдвигов в нетипичном направлении.

Ограничения в применении Т-критерия Вилкоксона:

1. Минимальное количество испытуемых, прошедших измерения в двух условиях – 5 человек. Максимальное количество испытуемых – 50 человек.

2. Нулевые сдвиги из рассмотрения исключаются, и количество наблюдений n уменьшается на количество этих нулевых сдвигов.

Можно обойти это ограничение, сформулировав гипотезы, включающие отсутствие изменений, например: "Сдвиг в сторону увеличения значений превышает сдвиг в сторону уменьшения значений и тенденцию сохранения их на прежнем уровне".

Пример. Изучали техническую подготовку юных гимнастов в течение подготовительного периода. Для оценки качества выполнения комбинаций использовали 10-балльную систему, принятую в гимнастике. Необходимо выявить достоверность сдвига в приросте уровня технической подготовленности.

Результаты гимнастов, полученных в начале и в конце подготовительного периода:

В начале (x_i) – 6,2; 5,4; 7,2; 8,0; 7,5; 7,2; 6,8; 6,5; 7,8; 7,6; 7,9; 8,0; 8,2; 7,4; 7,8

В конце (y_i) – 7,5; 6,0; 7,4; 7,8; 8,0; 7,2; 7,8; 7,0; 7,0; 7,2; 7,6; 7,8; 8,2; 8,4; 8,8

Решение. Сформулируем статистические гипотезы:

H_0 : Интенсивность сдвигов в типичном направлении не превосходит интенсивности сдвигов в нетипичном направлении.

H_1 : Интенсивность сдвигов в типичном направлении превышает интенсивность сдвигов в нетипичном направлении.

Составим таблицу расчетов для определения $T_{эмп}$. В таблице нетипичные ранги выделены жирным шрифтом.

Расчетная таблица для определения значения Т-критерия Вилкоксона

№	Начальные показатели	Конечные показатели	Разность Показателей (d)	Абсолютное значение разности	Ранг разности
1	6,2	7,5	+1,3	1,3	13
2	5,4	6,0	+0,6	0,6	8
3	7,2	7,4	+0,2	0,2	2
4	8,0	7,8	-0,2	0,2	2
5	7,5	8,0	+0,5	0,5	6,5
6	7,2	7,2	0	0	0
7	6,8	7,8	+1,0	1,0	11
8	6,5	7,0	+0,5	0,5	6,5
9	7,8	7,0	-0,8	0,8	9
10	7,6	7,2	-0,4	0,4	5
11	7,9	7,6	-0,3	0,3	4
12	8,0	7,8	-0,2	0,2	2
13	8,2	8,2	0	0	0
14	7,4	8,4	+1,0	1,0	11
15	7,8	8,8	+1,0	1,0	11

Определим критические значения $T_{кр.}$ для данного $n = 13$ (исключили из рассмотрения пары результатов, в которых не было зафиксировано изменений № 6 и № 7) по таблице 9 Приложения (см.Лекция 5): $T_{0,05} = 21$.

$$T_{эмп} > T_{кр}(p < 0,05).$$

Следовательно, принимаем нулевую гипотезу H_0 : различия между полученными результатами статистически недостоверны и нет оснований говорить о достаточной эффективности технической подготовки юных гимнастов в подготовительном периоде тренировочного процесса.

Задание – Решение ситуационной задачи № 33 (Приложение 3).

Контрольные вопросы

1. Назначение Т-критерия Вилкоксона
2. Статистические гипотезы
3. Нахождение эмпирического значения $T_{эмп}$
4. Условия применения Т-критерия Вилкоксона

Рекомендованная литература

1. Алексеева, И.В. Математическая статистика в физической культуре и спорте: учебное пособие / И.В. Алексеева.— Великие Луки: Великолукская государственная академия физической культуры и спорта, 2020 .— С.69-71 // ЭБС Руконт: сайт. — URL: <https://lib.rucont.ru/efd/775919> (дата обращения: 08.09.2021).
2. Высшая математика и математическая статистика: учебное пособие / редактор Г.И. Попов. – 2-е изд. – Москва: Физическая культура, 2009. – 368 с.

Тексты/конспекты лекций

Лекция 1

ТЕМА: «Предмет математической статистики и ее роль в задачах физической культуры и спорта. Основы теории измерений, виды шкал и типы данных. Понятие генеральной совокупности и выборки. Классификация выборки по способу отбора, объема, схеме испытаний и репрезентативности. Первичное описание исходных данных: группировка первичных результатов, статистические таблицы (простые и сложные), правило построения вариационных рядов распределения, интервальных вариационных рядов. Графическое представление экспериментальных данных (полигон частот, гистограмма)»

Содержание Лекции:

1. *Предмет математической статистики и ее роль в задачах физической культуры и спорта.*
2. *Основы теории измерений.*
3. *Виды шкал*
4. *Типы данных.*
5. *Правила ранжирования.*
6. *Генеральная совокупность и выборка. Требования к выборке. Классификация выборки.*
7. *Методы отбора объектов из генеральной совокупности (повторный и бесповторный).*
8. *Способы получения случайных выборок (способ жеребьевки, механический отбор, типический отбор, серийный отбор).*
9. *Причины варьирования признаков.*
10. *Способы первичного описания данных (вариационный ряд распределения и интервальный вариационный ряд). Графическое представление данных.*

1. Предмет математической статистики и ее роль в задачах физической культуры и спорта.

Статистика — наука, изучающая количественные показатели развития общества. Она представляет собой отрасль знаний, которая исследует совокупности массовых однородных явлений. Особенность этих явлений заключается, с одной стороны, в том, что они однородны, а с другой — отличаются друг от друга количественными показателями. Например, исследуя большую группу спортсменов одного возраста, пола, спортивной квалификации стажа, необходимо измерить величину максимального потребления кислорода. В первом случае мы получим массовые однородные показатели, а во втором — индивидуальные показатели, где каждый показатель максимального потребления кислорода соответствует конкретному спортсмену и отличается один от другого.

Таким образом, объектом исследования статистики будут массовые однородные явления, которые отличаются друг от друга, или, как принято говорить в статистике, варьируют по единичному показателю.

Предметом исследования статистики является оценка статистических совокупностей, где применяют специальные математико-статистические методы, которые имеют определенную цель при обработке своих результатов, а именно измерения массовых статистических совокупностей заменяются такими показателями, от применения которых не происходит или почти не происходит потеря исходной

информации. Таким образом, большие совокупности чисел заменяются несколькими параметрами, несущими в себе всю исходную информацию.

Сжатие информации до обозримых размеров позволяет проанализировать исследуемое явление и дать ему адекватную оценку, что невозможно осуществить при рассмотрении всей статистической совокупности. Кроме того, выявление параметров совокупности в ряде случаев позволяет установить природную закономерность в оценке исходных данных, как в части ее конкретного анализа, так и при ее сравнении с другими совокупностями. Все эти рассуждения имеют место в практике спортивных исследований. За редким исключением исследования в физической культуре и спорте основаны на наблюдениях, эксперименте и тестировании. Значительная часть научных методов опирается на результаты измерений больших групп спортсменов. Так, изначально практика физической культуры и спорта располагает исходными данными в виде статистической совокупности, где ее единичные показатели отражают достижения конкретного спортсмена, а их варьирование свидетельствует об индивидуальном различии спортсменов по измеряемому показателю.

Статистическое исследование — это сложный и продолжительный процесс, он позволяет получить представление о том или ином явлении, изучить его размер, уровень, выявить закономерности. Выделяют три основных этапа статистических исследований:

1. *Статистическое наблюдение*, которое представляет собой планомерный и систематический процесс сбора данных, характеризующих изучаемый объект. Чаще всего оно преследует практическую цель — получение достоверной информации для выявления закономерностей развития явлений и процессов.

Оно должно удовлетворять следующим требованиям:

— объекты наблюдения (в нашем случае испытуемые) должны быть одинаковыми (однородными) с точки зрения их свойств (квалификация, специализация, возраст, стаж занятий и др.);

— число объектов наблюдения должно быть достаточным, чтобы можно было выявить закономерности и обобщить их свойства.

2. *Статистическая сводка и группировка результатов наблюдения*. Они являются важной подготовительной частью к статистическому анализу данных. Этот этап предусматривает:

— систематизацию (группировку) данных;

— оформление определенных статистических таблиц.

3. *Анализ статистического материала*. Статистический анализ является заключительной стадией статистического исследования. В процессе статистического анализа исследуются структура, динамика и взаимосвязи явлений или процессов. Его проводят с использованием соответствующих математико-статистических методов.

2. Основы теории измерений.

Наличие различных приборов и технических устройств, применяемых в исследованиях специалистами педагогических, биомедицинских и психологических дисциплин спорта, позволяет получать информацию более чем о трех тысячах отдельных параметров.

Все параметры, измеряемые в науке о спорте, подразделяются на четыре уровня:

— *интегральные*, отражающие суммарный (кумулятивный) эффект функционального состояния различных систем организма (например, спортивное мастерство);

— *комплексные*, относящиеся к одной из функциональных систем организма спортсмена (например, физическая подготовленность);

— *дифференциальные*, характеризующие только одно свойство системы (например, силовые качества);

– *единичные*, раскрывающие одну величину (значение) отдельного свойства системы (максимальная сила мышц).

Основными измеряемыми и контролируемыми параметрами в спортивной медицине, тренировочном процессе и научных исследованиях по физической культуре и спорту являются следующие:

– *физиологические («внутренние»), физические («внешние») и психологические параметры тренировочной нагрузки и восстановления;*

- *параметры качеств силы, быстроты, выносливости, гибкости и ловкости;*
- *функциональные параметры сердечно-сосудистой и дыхательной систем;*
- *биомеханические параметры спортивной техники;*
- *параметры размеров тела.*

Для изучения этих параметров и контроля над ними широко используется большое количество разнообразных способов, приемов и методов измерений следующих физических величин:

– *силовых* (это причины, вызывающие изменения в скорости и направлении движения тела: силы отталкивания, деформации, удары, броски и т. п.; моменты сил и моменты вращения: раскачивания, размахивания, обороты и вращения при выполнении локомоторных и гимнастических упражнений; давление на спортивные снаряды и т. п.);

– *величин, относящихся к скорости* (расход количества энергии в течение заданного времени; скорость разгона, перемещения, остановки и изменения направления в двигательных действиях; ускорение линейное и угловое при выполнении упражнений);

– *временных* (промежутки времени и частота действий в единицу времени, момент времени, длительность действия, ритм движений);

– *геометрических* (положение спортсмена — координаты расположения тела или его звеньев в заданной системе; размеры — расстояния между двумя заданными точками при измерении результатов в прыжках, метаниях и др., контуров или форм при измерении правильности вычерчивания обязательных фигур в фигурном катании; при измерении осанки и др.);

– *характеризующих физические свойства* (плотность, удельный вес тела человека; измерения влажности в спортивной гигиене; вязкость, твердость, пластичность костно-мышечной системы);

– *количественных* (масса и вес тела и отдельных его звеньев);

– *характеризующих химический состав;*

– *тепловых* (температура тела и его теплопроводная способность, определяемая количеством тепла, выделяемого или поглощаемого телом при определенных условиях);

– *радиационных* (ядерная радиация — радиоизотопные методы измерения массы отдельных звеньев тела человека и сканирование; определение костного возраста юных спортсменов; фотометрические измерения скелета и т. п.);

– *электрических* (биопотенциалы различных органов: сердца, мышц, мозга и т. п.).

Одним из перспективных подходов к решению проблемы выявления наиболее информативных параметров и методов обследований спортсменов служит метод моделирования различных сторон подготовленности, основная цель которого — определение и научное обоснование конкретных количественных модельных характеристик функциональной, технико-тактической, психологической подготовленности, при достижении которых данный спортсмен с наибольшей степенью вероятности может выиграть данные соревнования или установить рекорд.

3. Виды шкал

Используя различные приборы и устройства, исследователь постоянно работает со шкалами.

Шкала — элемент счетной системы, посредством которого происходит отнесение исследуемого объекта к определенной группе объектов.

Понятие «шкала» употребляется в двух значениях. Во-первых, на шкале фиксируются показания отсчетного устройства прибора.

В этом смысле шкала содержит набор определенных условных знаков. Указатель прибора, останавливаясь на каком-либо знаке, фиксирует изменение тех или иных измеряемых параметров.

Например, шкала амперметра представляет собой линейку с делениями, каждое из которых соответствует определенному количеству ампер. Остановившись на делении 2А, указатель фиксирует силу тока в сети, равную двум амперам.

Промежуток между соседними отметками шкалы называется делением шкалы. Цена шкалы — это значение измеряемой величины, соответствующее расстоянию между двумя ее соседними делениями.

Шкала представляет собой определенную систему, осуществляющую классификацию объектов. В этом смысле шкал может быть множество в зависимости от количества упорядочивающих систем. В спортивной практике наибольшее распространение получили четыре шкалы измерений: шкала наименований, шкала порядка, шкала интервалов, шкала отношений. Каждая из них специфична, имеет свое практическое приложение, способ и принцип измерения, свой набор математических операций.

Выделяют четыре типа измерительных шкал:

- 1) Шкала наименований (номинальная, номинативная, категориальная);
- 2) Шкала порядка (ранговая, ординальная);

3) *Шкала интервалов;*

4) *Шкала отношений (абсолютная шкала).*

} *Метрические шкалы*

Шкала наименований (номинальная шкала). Это шкала, в которой не выражены количественные характеристики объектов. Учитывается только то свойство объектов, что они разные. Эта шкала используется для классификации объектов (например, нумерация игроков футбольной команды). Числа, составляющие шкалу наименований, разрешается менять местами. При использовании шкалы наименований могут проводиться только некоторые математические операции: ее числа нельзя складывать и вычитать, но можно подсчитывать, сколько раз (как часто) встречается то или иное число. например, спортсмены, участвующие в кроссе, одеты в майки разного цвета. введем в качестве условных показателей семь цветов радуги. Подсчитаем, сколько спортсменов участвует в кроссе в майках каждого цвета. В этом случае перечисление семи цветов радуги есть номинальная шкала.

Шкала порядка — это ряд натуральных чисел, расположенных в восходящем или нисходящем порядке. Существуют виды спорта, где результат спортсмена определяется только местом, занятым на соревнованиях (например, единоборства). После таких соревнований ясно, кто из спортсменов сильнее, а кто слабее. Но насколько сильнее или слабее, сказать нельзя. Если три спортсмена заняли соответственно первое, второе и третье места, то каковы их различия в спортивном мастерстве, остается неясным: второй спортсмен может быть почти равен первому, а может быть существенно слабее его и быть почти одинаковым с третьим. Места, занимаемые в шкале порядка, называются рангами, а сама шкала называется ранговой. В такой шкале составляющие ее числа упорядочены по рангам, то есть занимаемым местам, но интервалы между ними измерить точно нельзя. В отличие от шкалы наименований, шкала порядка позволяет не только установить факт равенства или неравенства измеряемых объектов, но и определить характер неравенства в виде суждений: «больше — меньше», «лучше — хуже» и т. п. с помощью шкал порядка можно измерять качественные, не имеющие строгой количественной меры показатели. Особенно широко эти шкалы используются в гуманитарных науках — педагогике, психологии, социологии. К рангам шкалы порядка можно применять большее число математических операций, чем к числам шкалы наименований.

Шкала интервалов. В этой шкале числа не только упорядочены по рангам, но и разделены определенными интервалами. Особенность, отличающая ее от шкалы отношений, состоит в том, что нулевая точка выбирается произвольно. Примерами могут быть календарное время (начало летоисчисления в разных календарях устанавливалось по случайным причинам), суставной угол (угол в локтевом суставе при полном разгибании предплечья может приниматься равным либо нулю, либо 180°), температура и др. Результаты измерений по шкале интервалов можно обрабатывать всеми математическими методами, кроме вычисления отношений. Данные шкалы интервалов дают ответ на вопрос «на сколько больше?», но не позволяют утверждать, что одно значение измеренной величины во столько-то раз больше или меньше другого. Например, если температура повысилась с 10° до 20° по Цельсию, то нельзя сказать, что стало в два раза теплее.

Шкала отношений отличается тем, что в ней строго определено положение нулевой точки. Благодаря этому она не накладывает никаких ограничений на математический аппарат, используемый для обработки результатов наблюдений. В спорте по шкале отношений измеряют расстояние, силу, скорость и десятки других переменных. По шкале отношений измеряют и те величины, которые образуются как разности чисел, отсчитанных по шкале интервалов. Так, календарное время отсчитывается по шкале интервалов, а интервалы времени — по шкале отношений. При использовании шкалы отношений измерение какой-либо величины сводится к экспериментальному определению отношения этой величины к другой подобной, принятой за единицу. Измеряя длину прыжка, можно узнать, во сколько раз эта длина больше длины другого тела, принятого за единицу длины (метровой линейки в частном случае); взвешивая штангу, можно определить отношение ее массы к массе другого тела — гире весом в килограмм и т. п. если ограничиться только применением шкал отношений, то можно дать другое определение измерению: измерить какую-либо величину — значит найти опытным путем ее отношение к соответствующей единице измерения.

4. Типы данных.

Данные – это основные элементы, подлежащие классифицированию или разбитые на категории с целью обработки. Выделяют три типа данных.

1. **Номинативные данные:** категориальные (качественные) данные, представляющие собой особые свойства элементов выборки. Например, цвет глаз у испытуемых. Эти данные нельзя измерить, но можно оценить частоту встречаемости. Если возможны только два значения номинативных параметров (например, выполнил тест – не выполнил тест), то такие данные называются бинарными.

2. **Ранговые данные**, соответствующие местам этих элементов в последовательности, полученной при их расположении в возрастающем порядке. Их можно представить в виде порядковой шкалы. В таблицах эти данные предлагается обозначать как x_r .

3. **Метрические данные:** количественные данные, получаемые при измерениях и выраженные в соответствующих единицах (кг, IQ, тестовые баллы и т.д.). Их можно распределить на шкале интервалов или отношений. В таблицах их предлагается обозначать как x_i .

5. Правила ранжирования.

Использование порядковой шкалы позволяет присваивать ранги объектам по какому-либо признаку. Таким образом, метрические значения переводятся в ранговые. При этом фиксируются различия в степени выраженности свойств. В процессе ранжирования следует придерживаться двух правил.

Правило порядка ранжирования. Надо решить, кто получает первый ранг: объект с самой большей степенью выраженности какого-либо качества или наоборот. Чаще всего это абсолютно безразлично и не отражается на конечном результате. Традиционно

принято первый ранг приписывать объектам с большей степенью выраженности качества (большему значению – меньший ранг). Например, чемпиону присуждают первое место, а не наоборот. Хотя и здесь если бы был принят обратный порядок, то конечные статистические выводы от этого не изменились бы. Так что порядок ранжирования каждый исследователь вправе определять сам.

Допустим, имеется неупорядоченный массив, данные которого необходимо проранжировать: {2, 7, 6, 8, 11, 15, 9}. После упорядочивания массива ранжируем его (табл.1).

Существует группа редко используемых непараметрических критериев, при работе с которыми меньшему значению необходимо всегда приписывать меньший ранг. К таковым относятся *T-критерий Вилконсона*, *U-критерий Манна-Уитни*.

Таблица 1

Варианты ранжирования							
Принцип: большему значению - меньший ранг							
Метрические данные (X_i)	15	11	9	8	7	6	2
Ранги (X_r)	1	2	3	4	5	6	7

Принцип: большему значению - больший ранг							
Метрические данные (X_i)	15	11	9	8	7	6	2
Ранги (X_r)	7	6	5	4	3	2	1

Правило связанных рангов. Объектам с одинаковой выраженностью свойств приписывается один и тот же ранг. Этот ранг представляет собой среднее значение тех, рангов, которые они получили бы, если бы не были равны. Например, надо проранжировать массив, содержащий ряд одинаковых метрических данных: {4, 5, 9, 2, 6, 5, 9, 7, 5, 12}. После упорядочивания массива следует вычислить среднее арифметическое значение связанных рангов (табл.2).

Таблица 2

Ранжирование связанных рангов		
Метрические данные (X_i)	Предварительное ранжирование (X_{RI})	Окончательное ранжирование (X_r)
12	1	1
9	2	(2+3)/2=2,5
9	3	(2+3)/2=2,5
7	4	4
6	5	5
5	6	(6+7+8)/3=7
5	7	(6+7+8)/3=7
5	8	(6+7+8)/3=7
4	9	9
2	10	10

6. Генеральная совокупность и выборка. Требования к выборке. Классификация выборки.

В математической статистике выделяют два фундаментальных понятия: генеральная совокупность и выборка.

Совокупность – называется практически счетное множество некоторых объектов или элементов, интересующих исследователя.

Свойством совокупности называется реальное или воображаемое качество, присущее некоторым всем ее элементам. Свойство может быть случайным или неслучайным.

Параметром совокупности называется свойство, которое можно квантифицировать в виде константы или переменной величины.

Простая совокупность характеризуется:

- отдельным свойством (например: все спортсмены России);
- отдельным параметром в виде константы или переменной (Все спортсмены женского пола);
- системой непересекающихся (несовместных) свойств, к примеру: Все тренеры и спортсмены г.Великие Луки.

Сложная совокупность характеризуется:

- системой, хотя бы частично пересекающихся свойств;
- системой параметров независимых и зависимых в совокупности; при комплексном исследовании личности.

Гомогенной или однородной называется совокупность, все характеристики которой присущи каждому ее элементу;

Гетерогенной или неоднородной называется совокупность, характеристики которой сосредоточены в отдельных подмножествах элементов.

Важным параметром является *объем совокупности* – количество образующих ее элементов. Величина объема зависит от того, как определена сама совокупность, и какие вопросы нас конкретно интересуют. Допустим, нас интересует эмоциональное состояние студента 1-го курса в период сдачи конкретного экзамена в сессию. Тогда генеральная совокупность исчерпывается в течении получаса. Если нас интересует эмоциональное состояние всех студентов 1-го курса, то совокупность будет гораздо больше, и еще больше, если взять эмоциональное состояние всех студентов 1-го курса данного вуза и т.д. Понятно, что совокупности большого объема можно исследовать только выборочным путем.

Выборкой называется некоторая часть генеральной совокупности, то, что непосредственно изучается.

Требования к выборке:

1. Однородность. Выбор осуществляется на основаниях: возраст, спортивный разряд и т.п.
2. Репрезентативность. Качество выборки, позволяющее распространять полученные на ней выводы на всю генеральную совокупность. Выборка должна адекватно отображать генеральную совокупность, иначе результаты не совпадут с целями исследования.

Выборки классифицируются по *репрезентативности, объему, способу отбора и схеме испытаний*.

Репрезентативность зависит от объема, чем больше объем, тем выборка репрезентативней.

По способу отбора.

Случайная – если элементы отбираются случайным образом. Так как большинство методов математической статистики основывается на понятии случайной выборки, то естественно выборка должна быть случайной.

Неслучайная выборка:

- *механический отбор*, когда вся совокупность делится на столько частей, сколько единиц планируется в выборке и затем из каждой части отбирается один элемент;
- *типический отбор* – совокупность делится на гомогенные части, и из каждой осуществляется случайная выборка;
- *серийный отбор* – совокупность делят на большое число разновеликих серий, затем делают выборку одной какой-либо серии;

- *комбинированный отбор* – сочетаются рассматриваемые виды отбора, на разных этапах.

По схеме испытаний – выборки могут быть *независимые и зависимые*. Если процедура эксперимента и полученные результаты измерения некоторого свойства, проведенные на одной выборке, оказывают влияние на другую, то такие выборки называются *зависимыми*. Если процедура эксперимента и полученные результаты измерения некоторого свойства, проведенные на одной выборке, не оказывают влияние на другую, то такие выборки называются *независимыми*.

По объему выборки делят на *малые и большие*. К малым относят выборки, в которых число элементов

$n \leq 30$. Понятие большой выборки не определено, но большой считается выборка в которой число элементов

$n > 200$ и средняя выборка удовлетворяет условию $30 \leq n \leq 200$. Это деление условно.

Малые выборки используются при статистическом контроле известных свойств уже изученных совокупностей.

Большие выборки используются для установки неизвестных свойств и параметров совокупности.

7. Методы отбора объектов из генеральной совокупности (повторный и бесповторный).

Особенности обследуемых объектов определяют два метода отбора единиц в выборочную совокупность — повторный (отбор по схеме возвращенного шара) и бесповторный (отбор по схеме невозвращенного шара).

При повторном отборе каждая попавшая в выборку единица или серия возвращается в генеральную совокупность и имеет шанс вторично попасть в выборку. При этом вероятность попадания в выборочную совокупность всех единиц генеральной совокупности остается одинаковой.

Бесповторный отбор означает, что каждая отобранная единица (или серия) не возвращается в генеральную совокупность и не может подвергнуться вторичной регистрации, а потому для остальных единиц вероятность попасть в выборку увеличивается.

Бесповторный отбор дает более точные результаты по сравнению с повторным, так как при одном и том же объеме выборки наблюдение охватывает больше единиц генеральной совокупности. Поэтому он находит более широкое применение в статистической практике. И только в тех случаях, когда бесповторный отбор провести нельзя, используется повторная выборка (при обследовании потребительского спроса, пассажирооборота и т. п.).

По мере отбора единиц в выборочную совокупность или по его завершении производится регистрация предусмотренных программой признаков.

8. Способы получения случайных выборок (способ жеребьевки, механический отбор, типический отбор, серийный отбор).

По способу организации различают следующие основные виды выборочного наблюдения: собственно-случайная (простая) выборка; типическая (расслоенная, стратифицированная, районированная); серийная (гнездовая); многоступенчатая; многофазная.

При любом виде выборки отбор единиц производится тремя способами: случайный отбор (жеребьевка, таблица случайных чисел); отбор единиц по какой-либо схеме (единицы упорядочивают таким образом, чтобы это было не связано с изучаемыми свойствами; далее проводится механический отбор единиц); сочетание первого и второго способов.

Простая собственно-случайная выборка проводится из всей массы единиц совокупности без предварительного деления ее на какие-либо группы. Применяется индивидуальный отбор единиц, т. е. единица отбора совпадает с единицей наблюдения.

Типическая, (районированная, стратифицированная) выборка используется в случае, когда генеральная совокупность неоднородна и это влияет на размер изучаемого признака.

Серийная выборка (кластерный или гнездовой отбор) – это способ формирования выборки, при котором единица отбора состоит из группы или гнезда более мелких единиц, называемых элементами.

Многоступенчатая выборка применяется, когда имеют место несколько стадий отбора (ступеней отбора). При этом каждая стадия имеет свою единицу отбора. Число ступеней отбора определяется числом типов единиц отбора и на последней ступени единица отбора совпадает с единицей выборочной совокупности.

Многофазная выборка характеризуется тем, что она также включает несколько ступеней отбора, но на всех ступенях сохраняется одна и та же единица отбора (в отличие от многоступенчатой).

Особым видом выборочного наблюдения является *моментное наблюдение* – это выборочное во времени наблюдение. Объектом выборки являются отрезки времени. Поэтому понятие генеральной и выборочной совокупности относится не к совокупности единиц, а ко времени наблюдения.

9. Причины варьирования признаков.

Признаки варьируют под влиянием самых различных, в том числе и случайных, причин. Наряду с естественным варьированием на величине признаков сказываются и ошибки, неизбежно возникающие при измерениях изучаемых объектов. Опыт показал, что как бы точно ни были проведены измерения, они всегда сопровождаются отклонениями от действительного значения измеряемой величины, т. е. не могут быть проведены абсолютно точно. Разница между результатами измерений и действительно существующими значениями измеряемой величины называется погрешностью или ошибкой.

Ошибки возникают из-за неисправности или неточности измерительных приборов и инструментов (технические ошибки), личных качеств исследователя, его навыков и мастерства в работе (личные ошибки) и от целого ряда других, не поддающихся регулированию и неустраняемых причин (случайные ошибки).

Технические и личные ошибки, объединяемые в категорию систематических, т. е. неслучайных ошибок, можно в значительной степени преодолеть, совершенствуя технические средства, условия работы и личный опыт. Эти меры позволяют свести размеры таких ошибок до минимума, которым можно пренебречь. Случайные же ошибки, как независимые от воли человека, остаются и сказываются на результатах наблюдений.

Итак, варьирование результатов наблюдений вызывают причины двоякого рода: естественная изменчивость признаков и ошибки измерений. Однако по сравнению с естественным варьированием случайные ошибки измерений, как правило, невелики, поэтому варьирование результатов наблюдений рассматривают обычно как естественное варьирование признаков.

Наблюдения над объектами физической культуры и спорта проводят обычно по принятой исследователем программе. Результаты наблюдений фиксируют в дневниках, журналах, бланках, анкетах или других документах учета. Существует много различных форм и способов учета; выбор той или иной формы определяется задачей исследования и теми условиями, в которых оно проводится.

10. Способы первичного описания данных (вариационный ряд распределения и интервальный вариационный ряд). Графическое представление данных.

Вариационный ряд – упорядоченное отражение распределения значений признака, представляющий двойной ряд чисел и состоящий из обозначения классов и соответствующих частот. В строке признаков можно использовать как уровни градации (степень выраженности), так и метрические данные и диапазоны метрических данных. Сумма частот называется *объемом совокупности*, то есть общим числом исходных данных.

Если признак является непрерывным или число различных значений в выборке велико, вычислять частоту каждого из них не имеет большого смысла. В этом случае составляют интервальный вариационный ряд. Весь промежуток измерения значений выборки, от минимального до максимального, разбивают на частичные интервалы (чаще одинаковой длины), т. е. производится группировка.

Число интервалов следует брать не очень большим, чтобы после группировки ряд не был громоздким, и не очень малым, чтобы не потерять особенности распределения признака (табл.3).

Таблица 3

Выбор числа интервалов группировки

Объем выборки	25-40	40-60	60-100	100-200	более 200
Число интервалов	5-6	6-8	7-10	8-12	10-15

Число интервалов может быть определено по формуле Стерджеса: $m \approx 1 + 3,322 \cdot \lg n$. Затем определяют длину частичного интервала h :

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{m}, \quad \text{где } h - \text{шаг}; \quad m - \text{число интервалов}.$$

Находят частоты интервалов. Частота i -го интервала – это число n_i , показывающее сколько значений признака вписывается в границы данного интервала.

Находят накопленные частоты. Накопленная частота i -го интервала – это число, полученное суммированием частот интервалов, начиная от первого и заканчивая i -м включительно:

$$n_{xi} = n_1 + n_2 + \dots + n_i$$

Вычисляют частоты каждого интервала. Частость i -го интервала – это отношение частоты n_i к объему выборки:

$$w_i = \frac{n_i}{n}$$

Находят накопленные частоты каждого интервал. Накопленная частость i -го интервала – это число, полученное суммированием частостей интервалов, начиная от первого и заканчивая i -м включительно:

$$W_i = w_1 + w_2 + \dots + w_i$$

Полученные данные заносят в таблицу (табл.4).

Таблица 4

Табличное представление данных о результатах

Номер интервала	Границы интервала	Срединные значения	Частоты	Накопленные частоты	Частости	Накопленные частости

Анализ рядов распределения можно наглядно проводить на основе их графического изображения. Для этой цели строят полигон, гистограмму и кумуляту распределения.

Полигон используется при изображении дискретных вариационных рядов. Для его построения в прямоугольной системе координат по оси абсцисс в одинаковом масштабе откладываются ранжированные значения варьирующего признака, а по оси ординат наносится шкала для выражения численности каждого варианта, т.е. величины частот.

Полученные на пересечении абсцисс и ординат точки соединяются прямыми линиями, в результате чего получают ломаную линию, называемую полигоном частот. Иногда для замыкания полигона предлагается крайние точки (слева и справа на ломаной линии) соединить с точками на оси абсцисс, в результате чего получается многоугольник.

Гистограмма применяется для изображения интервального вариационного ряда. При построении гистограммы на оси абсцисс откладываются величины интервалов, а частоты изображаются прямоугольниками, построенными на соответствующих интервалах. Высота столбиков должна быть пропорциональна частотам. В результате мы получим график, на котором ряд распределения изображен в виде столбиковой диаграммы.

Гистограмма может быть преобразована в полигон распределения, если середины верхних сторон прямоугольников соединить прямыми.

Для графического изображения вариационных рядов может использоваться кумулятивная кривая. При помощи кумуляты изображается ряд накопленных частот. При построении кумуляты интервального вариационного ряда по оси абсцисс откладываются варианты ряда, а по оси ординат — накопленные частоты — соединяют прямыми и получают ломаную линию, т.е. кумуляту.

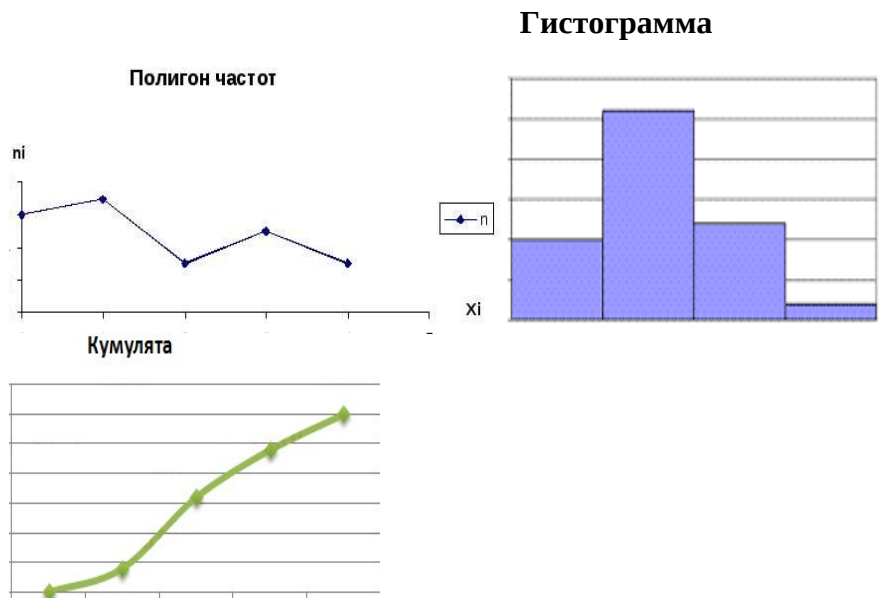


Рисунок 1 –Графическое представление данных

Лекция 2

ТЕМА: «Меры центральной тенденции. Меры изменчивости. Нормальное распределение. Асимметрия и эксцесс. Проверка нормальности распределения»

Содержание Лекции:

1. Меры центральной тенденции (для несгруппированных и сгруппированных данных).
2. Меры изменчивости (для несгруппированных и сгруппированных данных).
3. Нормальное распределение, его особенности. Асимметрия и эксцесс. Проверка нормальности распределения результативного признака.

1. Меры центральной тенденции.

Переменная может принимать много значений. На начальном этапе обработки данных вместо того, чтобы рассматривать все значения переменной, рекомендуется проанализировать описательные статистики. Они дают общее представление о значениях или разбросе значений, которые принимает переменная.

Наиболее часто в статистике используются три меры центральной тенденции распределения: мода, среднее арифметическое значение и медиана.

Для несгруппированных данных:

Мода – это наиболее часто встречающееся значение в ряду данных.

Например, в следующем массиве {2, 3, 5, 1, 4, 5, 6, 5, 2} модой будет являться значение 5 (обозначается: $Mo = 5$). Если выборка содержит две моды, то распределение называется бимодальным, например, в массиве {3, 3, 5, 1, 4, 5, 6, 5, 3} ($Mo_1 = 5, Mo_2 = 3$). Если все значения выборки встречаются одинаково часто, то моды у распределения нет.

Бимодальное или полимодальное (содержащее более двух мод) распределения могут рассматриваться как признак неоднородности выборки. Например, школьный класс образован в результате механического слияния двух разных классов, и показатели мод интеллекта были изначально различны. После слияния в объединенной выборке график интеллекта будет иметь две моды.

Среднее арифметическое значение – это отношение суммы всех значений данных к числу слагаемых:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (1)$$

где n – число слагаемых (объем выборки), x_i – индивидуальные значения показателя. Например, рассмотрим массив {8, 9, 11, 12, 12, 13, 14, 17, 19, 19, 20, 20}.

$$\bar{X} = (8 + 9 + 11 + 12 \cdot 2 + 13 + 14 + 17 + 19 \cdot 2 + 20 \cdot 2) / 12 = 14,5.$$

Если в ряду данных присутствуют числа со знаком «минус», то суммирование производится с учетом этих знаков.

Среднее арифметическое значение признака, вычисленное для какой-либо группы, интерпретируется как значение наиболее типичного для этой группы человека. Сравнивая непосредственно средние значения двух или нескольких выборок, мы можем судить об относительной степени развития у людей, составляющих эти выборки, оцениваемого качества.

Медиана разбивает выборку на две равные части (обозначение: Me). Для определения медианы рекомендуется сначала упорядочить данные. Например, для определения значения медианы в массиве {8, 11, 12, 20, 12, 13, 9, 15, 19, 17, 19} необходимо этот массив упорядочить (произвести сортировку по возрастанию): {8, 9, 11, 12, 12, 13, 15, 17, 19, 19, 20}, следовательно, $Me = 13$. Если количество данных в выборке четное, то медиана равна среднему арифметическому показателю между двумя центральными значениями. Например, в массиве {8, 9, 11, 12, 12, 13, 15, 17, 19, 19, 20, 20}

$Me = (13 + 15) / 2 = 14$. Медиана может принимать и дробные значения. Место медианы в ранжированном ряду определяют по формуле: $\frac{n+1}{2}$.

Если среднее арифметическое, мода и медиана равны, ряд симметричный.

Для сгруппированных данных:

Интервал группировки с наибольшей частотой называется **модальным**.

$$Mo = x_{Mon} + h \frac{n_{Mo} - n_{Mo-1}}{(n_{Mo} - n_{Mo-1}) + (n_{Mo} - n_{Mo+1})}, \quad (2)$$

где x_{Mon} – нижняя граница модального интервала; h – ширина интервала группировки; n_{Mo} – частота модального интервала; n_{Mo-1} – частота интервала, предшествующего модальному; n_{Mo+1} – частота интервала, следующего за модальным.

Для нахождения медианы, вначале находят интервал группировки, в котором содержится медиана, путем подсчета накопленных частот или накопленных частостей. Медианным будет тот интервал, в котором накопленная частота впервые окажется больше $n/2$ (n –объем выборки) или накопленная частость – больше 0,5. Внутри данного интервала медиана определяется по формуле:

$$Me = x_{Me_h} + h_{me} \frac{0,5n - n_{x_{Me-1}}}{n_{Me}}, \quad (3)$$

где x_{Me_h} – нижняя граница медианного интервала; $0,5n$ –половина объема выборки; h_{me} –ширина медианного интервала; $n_{x_{Me-1}}$ –накопленная частота интервала, предшествующего медианному, n_{Me} –частота медианного интервала
Среднее арифметическое находится:

$$\bar{X} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_k x_k}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i, \quad (4)$$

где n – объем выборки; k – число интервалов группировки; n_i – частота i -го интервала; x_i – срединное значение i -го интервала.

Знание моды, медианы, среднего полезно для того, чтобы установить, является ли распределение частных значений изученного признака симметричным и приближающимся к так называемому *нормальному распределению*. Средняя, мода и медиана для нормального распределения обычно совпадают или очень мало отличаются друг от друга.

2. Меры изменчивости

В качестве наиболее часто используемых мер изменчивости следует назвать размах, дисперсию, стандартное отклонение.

Среднее арифметическое дает общую характеристику ряда измерений, являясь важным показателем, поскольку результаты можно сравнивать с данными научно-методической литературы, между группами спортсменов и делать определенные выводы. Однако оно не показывает, как сильно каждый результат отклоняется от среднего значения. Например, вариация результатов кистевой динамометрии в первом случае: 39кг., 40кг., 41кг.; среднее – 40кг. Во втором 20кг., 40кг., 60кг.; среднее – 40кг. В первом случае результаты не существенно отличаются друг от друга, во втором значительно, результат новичка (20кг.) и спортсмена более высокой квалификации (60кг.) Поэтому при обработке результатов выборки необходимо рассчитывать их колеблемость.

Размах– это разница между максимальным и минимальным значениями.

$$R = |X_{max} - X_{min}| \quad (5)$$

Для определения размаха выборку необходимо сначала упорядочить. Например, в массиве данных {8, 9, 11, 12, 12, 13, 14, 17, 19, 19, 20, 20} размах будет равен разности между наибольшим и наименьшим значениями, то есть $20 - 8 = 12$. Но если выборка не упорядочена и имеет большой объем, то трудно найти минимальное и максимальное значения.

Однако размах улавливает лишь крайние значения и не отражает отклонений всех результатов.

Дисперсия – это мера разброса данных относительно среднего значения.

Для несгруппированных данных:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}, \text{ для } n \leq 30 \quad \text{и} \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n}, \text{ для } n > 30 \quad (6)$$

Для вычисления дисперсии вручную рекомендуется пользоваться специальной таблицей:

Таблица 1

N_0	X_i	$\bar{X}$	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$

Для сгруппированных данных:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \cdot n_i}{\sum n_i - 1}, \text{ для } n \leq 30 \text{ и } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \cdot n_i}{\sum n_i}, \text{ для } n > 30 \quad (7)$$

Стандартное (среднеквадратическое) отклонение представляет собой квадратный корень из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (8)$$

Стандартное (среднеквадратическое) отклонение также можно вычислить по формуле:

$$\sigma = \pm \frac{x_{i \max} - x_{i \min}}{K} \quad (9)$$

где $x_{i \max}$ - наибольший показатель; $x_{i \min}$ - наименьший показатель; K - табличный коэффициент, который находится по специальной таблице 1 (приложение), соответствующий числу измерений в группе.

Коэффициент вариации определяется как отношение среднего квадратического отклонения к среднему арифметическому, выраженное в процентах:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} * 100\% \quad (10)$$

Колеблемость результатов измерений можно определить по величине коэффициента вариации. Например, В.Б. Коренберг (2008) для оценки вариативности статистической совокупности предлагает следующие значения: $0\% < V \leq 10\%$ - малая, $10\% < V \leq 20\%$ - средняя, при $20\% < V \leq 30\%$ - большая, а $V > 30\%$ - очень большая.

Коэффициент вариации, являясь относительной величиной (измеряется в процентах), позволяет сравнивать между собой колеблемость результатов исследуемых выборок, имеющих различные единицы измерений. Коэффициент вариации можно использовать в том случае, когда измерения произведены в шкале отношений.

Большинство исследований в области физической культуры и спорта проводятся на выборочном материале. При этом наблюдают относительно малую часть всех возможных случаев, а полученные результаты переносят на всю генеральную совокупность. В таких исследованиях допускается некоторая ошибка средней арифметической - показатель рассеивания, которая характеризует колеблемость средней арифметической. Эта ошибка возникает только потому, что не все объекты генеральной совокупности представлены в выборке. Поскольку величина генеральной совокупности, как правило, неизвестна, то для определения средней ошибки на практике применяется следующая формула:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}, \text{ для } n \leq 30 \text{ и } \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \text{ для } n > 30 \quad (11)$$

$\sigma_{\bar{x}}$ - ошибка средней арифметической выборки, σ - стандартное отклонение, n - объем выборки.

«Нижняя» и «верхняя» границы средней арифметической с учетом стандартной ошибки:

$$\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}. \quad (12)$$

3. Нормальное распределение, его особенности. Асимметрия и эксцесс. Проверка нормальности распределения результативного признака.

Одним из важнейших в математической статистике является понятие *нормального распределения*. Нормальное распределение (называемое также распределением Гаусса), характеризуется тем, что крайние значения признака в нем встречаются достаточно редко, а значения, близкие к средней величине – часто. Нормальное распределение возникает, когда данная случайная величина представляет собой сумму большого числа независимых случайных величин, каждая из которых играет в образовании всей суммы незначительную роль.

Нормальное распределение имеет колоколообразную форму, значения моды, медианы и среднего арифметического равны между собой. Было установлено, что многие биологические параметры распределены подобным образом (рост, вес и так далее). При этом, чем больше объем выборки, тем более полученное эмпирическое распределение приближается к нормальному.

Характерное свойство нормального распределения состоит в том, что 68,26 % из всех его наблюдений всегда лежат в диапазоне ± 1 стандартное отклонение от среднего арифметического (какова бы ни была величина стандартного отклонения). 95,44 % - в пределах $\pm$ двух стандартных отклонений и 99,72% – в пределах $\pm$ трех стандартных отклонений (рис.6).

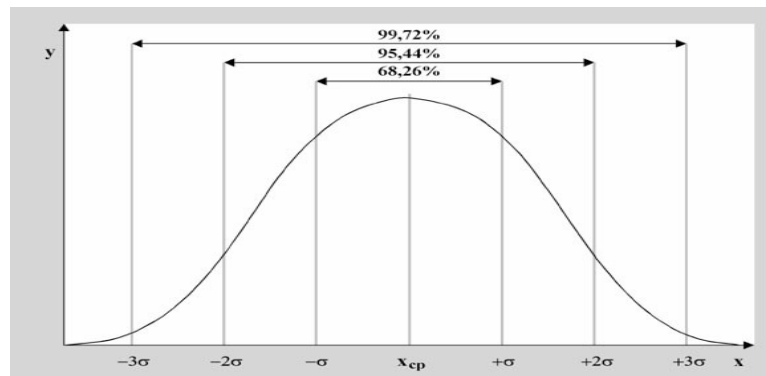


Рисунок 1 – Кривая нормального распределения

Правило трех сигм: $(\bar{X} \pm 3\sigma)$ применяют для выявления сомнительных результатов.

Находится верхняя граница: $\bar{X} + 3\sigma$ и нижняя: $\bar{X} - 3\sigma$. Если в выборке есть результаты лучше чем верхняя граница или хуже чем нижняя граница, то они сомнительны, из выборки их нужно исключить, чтобы получить более объективные данные.

Асимметрия – это показатель симметричности / скошенности кривой распределения, а *эксцесс* определяет ее островершинность.

При левосторонней асимметрии ее показатель является положительным и в распределении преобладают более низкие значения признака. При правосторонней – показатель положительный и преобладают более высокие значения. У всех симметричных распределений (в том числе и у нормального распределения) величина асимметрии равна нулю (рис.2). Формула показателя асимметрии является следующей:

$$A = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^3}{n \cdot \sigma^3}$$

Величина асимметрии может изменяться от -1 до $+1$ (для одновершинных распределений). Чем больше абсолютная величина коэффициента асимметрии, тем больше степень скошенности вправо или влево.

Принято считать, что если коэффициент асимметрии A меньше 0,25, то асимметрия незначительная, если $0,25 < A < 0,50$ – асимметрия умеренная, а если A свыше 0,5, то асимметрия значительная.

При симметричном распределении $A = 0$, так как варианты равноудалены от x и имеют одинаковую частоту.

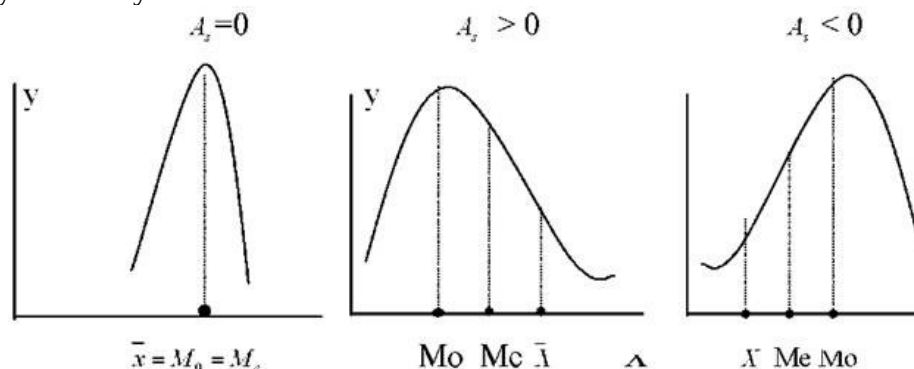


Рисунок 2 – Показатели асимметрии

Если в распределении преобладают значения близкие к среднему арифметическому, то формируется островершинное распределение. В этом случае показатель эксцесса стремится к положительной величине. Если у распределения 2 вершины (бимодальное распределение), то тогда эксцесс стремится к отрицательной величине. Отрицательная величина эксцесса дает более низкую и плоскую вершину кривой. У нормального распределения эксцесс равен нулю ($E = 0$) (рис.3). Показатель эксцесса определяется по формуле:

$$E = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^4}{n \cdot \sigma^4} - 3$$

При $E < 0,4$ – эксцесс слабый. Предельным значением отрицательного эксцесса является значение $E = -2$, величина положительного эксцесса является величиной бесконечной.

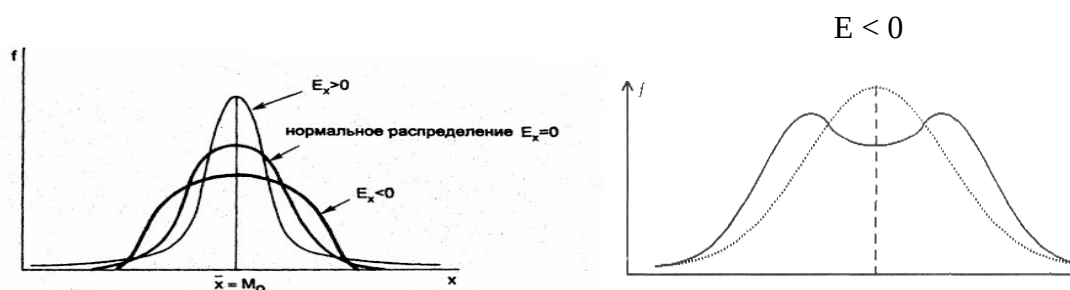


Рисунок 3– Показатели эксцесса

Распределение оценивается как предположительно близкое к нормальному, если установлено, что от 50 до 80 % всех значений располагаются в пределах одного стандартного отклонения от среднего арифметического, и коэффициент эксцесса по абсолютной величине не превышает значения равного двум.

Распределение считается достоверно нормальным если абсолютная величина показателей асимметрии и эксцесса меньше их ошибок репрезентативности в 3 и более раз.

Принцип определения нормальности-ненормальности распределения является следующим:

3) Рассчитаем критические значения показателей асимметрии и эксцесса по формулам:

$$A_{кр} = 3 \cdot \sqrt{6/n} , \quad E_{кр} = 6 \cdot \sqrt{6/n}$$

и сопоставим с ними эмпирические значения.

4) Если эмпирические значения показателей по абсолютной величине окажутся ниже критических, сделаем вывод о том, что распределение признака не отличается от нормального:

$$\left. \begin{array}{l} |A| < A_{кр} \\ |E| < E_{кр} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{распределение совпадает с нормальным}$$

$$\left. \begin{array}{l} |A| \geq A_{кр} \\ |E| \geq E_{кр} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{распределение отличается от нормального}$$

Приложение

Таблица 1

Значения коэффициента K

<i>n</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	—	1,13	1,69	2,06	2,33	2,53	2,70	2,85	2,97
10	3,08	3,17	3,26	3,34	3,41	3,47	3,53	3,59	3,64	3,69
20	3,74	3,78	3,82	3,86	3,90	3,93	3,96	4,00	4,03	4,06
30	4,09	4,11	4,14	4,16	4,19	4,21	4,24	4,26	4,28	4,30
40	4,32	4,34	4,36	4,38	4,40	4,42	4,43	4,45	4,47	4,48
50	4,50	4,51	4,53	4,54	4,56	4,57	4,59	4,60	4,61	4,63
60	4,64	4,65	4,66	4,68	4,69	4,70	4,71	4,72	4,73	4,74
70	4,76	4,76	4,78	4,79	4,80	4,81	4,82	4,82	4,84	4,84
80	4,85	4,86	4,87	4,88	4,89	4,90	4,91	4,92	4,92	4,93
90	4,94	4,95	4,96	4,96	4,97	4,98	4,99	4,99	5,00	5,01
100	5,02	5,02	5,03	5,04	5,04	5,05	5,06	5,06	5,07	5,08
110	5,08	5,09	5,10	5,10	5,11	5,11	5,12	5,13	5,13	5,14

Лекция 3

ТЕМА: «Статистические гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Статистическая значимость. Принятие и отвержение гипотез»

Содержание Лекции:

1. Статистические гипотезы. Ошибки первого и второго рода.
2. Статистическая значимость. Принятие и отвержение гипотез.
3. Степени свободы. Классификация и назначение критериев

1. Статистические гипотезы. Ошибки первого и второго рода.

Статистической гипотезой называется проверяемое математическими методами предположение относительно статистических характеристик результатов измерений. Статистическую гипотезу обычно обозначают H : (утверждение).

Вопрос проверки гипотез сводится к тому, чтобы определить, является ли расхождение, например средних результатов до и после эксперимента случайностью или это проявление действия определенного фактора, в данном случае экспериментальной ситуации.

Выделяют нулевую и альтернативную гипотезы. Нулевая гипотеза (H_0) – гипотеза об отсутствии связи в генеральной совокупности. Альтернативная (H_1) – гипотеза о наличии связи.

Ошибка первого рода - это ситуация, когда H_0 отвергается, хотя она, на самом деле, верна.

Ошибка второго рода - это ситуация, когда H_0 принимается, хотя она неверна.

При обосновании вопроса, где проходит линия между принятием и отвержением нулевой гипотезы в силу наличия в эксперименте случайных влияний эта граница не может быть проведена абсолютно точно. Она базируется на понятии уровня значимости.

2. Статистическая значимость. Принятие и отвержение гипотез.

Уровень значимости – это вероятность ошибочного отклонения нулевой гипотезы.

В математической статистике, чаще всего, используют три доверительные вероятности: 0,95; 0,99; 0,999 и соответствующие им, уровни значимости: 0,05, 0,01, 0,001. Достаточный уровень значимости равен 0,05, высокий – 0,01, очень высокий –

0,001. Чем меньше уровень значимости, тем меньше вероятность того, что нами допущена ошибка и тем надежнее связь. Уровень $p = 0,05$ – означает, что вероятность допустить ошибку равна пяти ошибкам в выборке из ста элементов (случаев, испытуемых), или одной ошибке в выборке из 20 элементов. Таким образом, больше чем одна ошибка в выборке из двадцати элементов мы сделать не можем.

Правило принятия статистического решения: на основании полученных экспериментальных данных исследователь подсчитывает по выбранному им методу эмпирическое значение. Эмпирическое значение сравнивается с критическими, которые соответствуют уровню значимости для выбранного статистического метода. Критические величины находятся для данного статистического метода по соответствующим таблицам, приведенным в приложении к данному пособию. Сравнение полученного эмпирического значения с критическими (табличными) значениями удобно осуществлять с помощью «оси значимости».

«Ось значимости» – это прямая, имеющая три выделенные зоны: зона незначимости, зона неопределенности, зона значимости. Границами трех зон являются критические значения $X_{0,05}$ и $X_{0,01}$ для уровней $p = 0,05$ и $p = 0,01$ соответственно (рис.1).

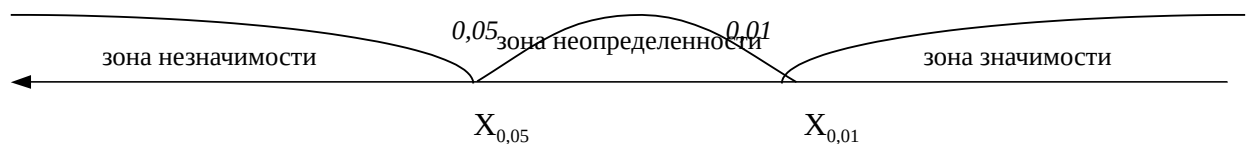
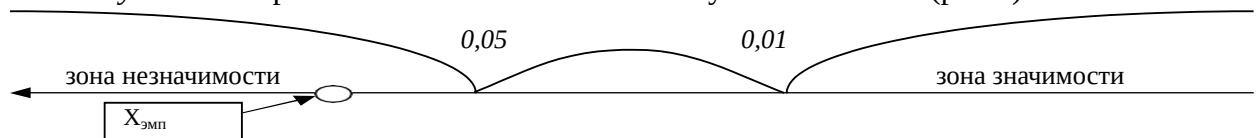


Рисунок 1 – Ось значимости

Эмпирическое значение, подсчитанное по какому либо методу должно обязательно попасть в одну из трех зон.

1 случай. Эмпирическое значение попало в зону незначимости (рис.2)



зона неопределенности

$X_{0,05}$

$X_{0,01}$

Рисунок 2 -Ось значимости

В этом случае *принимается нулевая гипотеза H_0* об отсутствии различий(связи).

2 случай. Эмпирическое значение попало в зону неопределенности (рис.3)

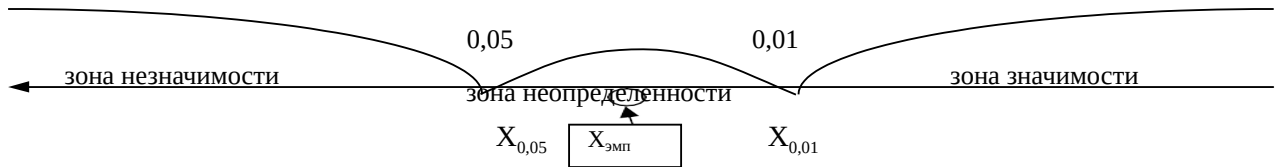


Рисунок 3-Ось значимости

В этом случае *принимается альтернативная гипотеза H_1* о наличии различий (связи) на уровне значимости $p < 0,05$.

3 случай. Эмпирическое значение попало в зону значимости (рис.4):

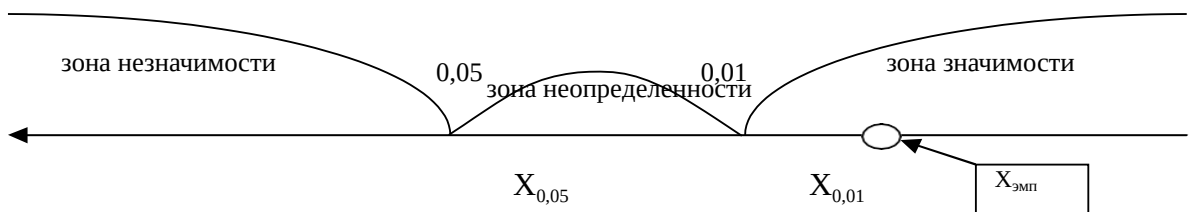


Рисунок 4-Ось значимости

В этом случае *принимается альтернативная гипотеза H_1* о наличии различий (связи) на уровне значимости $p < 0,01$.

При совпадении эмпирического значения с теоретическим принимается альтернативная гипотеза H_1 на уровне значимости $p = 0,05$ или $p = 0,01$.

3. Степени свободы. Классификация и назначение критериев

Число степеней свободы – это число свободно варьирующих единиц в составе выборки.

Степень свободы обозначается как df или v .

Число степеней свободы равно числу элементов выборки, из которого вычтено число условий, связывающих данные.

В случае зависимых выборок число степеней свободы равно $n-1$.

Число степеней свободы для независимых выборок будет составлять $(n_1 + n_2) - 2$.

Зная n и/или число степеней свободы, по специальным таблицам можно определить критические значения критерия и сопоставит с ними полученное эмпирическое значение.

В общем случае для таблицы экспериментальных данных число степеней свободы определяется по формуле:

$$df = (c - 1) (n - 1),$$

где c – число столбцов, а n – число строк.

Нахождение числа степеней свободы для каждого метода имеет свои специфические особенности.

Статистический критерий – это решающее правило, обеспечивающее надежное поведение, то есть принятие истинной и отклонение ложной гипотезы с высокой вероятностью.

Критерии позволяют оценить степень статистической достоверности различий между показателями, измеренными в соответствии с планом проведения исследования.

Критерии имеют свою специфику и различаются между собой по различным основаниям:

1. Тип измерительной шкалы.
2. Зависимость или независимость выборок.
3. Количество сравниваемых выборок.
4. Равность сравниваемых выборок по численности.
5. Максимальный объем охватываемой выборки.
6. Мощность (способность выявлять различия между выборками)

Статистические критерии различий подразделяются на параметрические и непараметрические.

Параметрические критерии – это некоторые функции от параметров совокупности, они служат для проверки гипотез об этих параметрах или для их оценивания. Параметрические критерии включают в формулу расчета параметры распределения, т.е. средние и дисперсии.

Непараметрические критерии – это некоторые функции от функций распределения или непосредственно от вариационного ряда наблюдавшихся значений изучаемого случайного явления. Они служат только для проверки гипотез о функциях распределения или рядах наблюдавшихся значений.

Непараметрические критерии не включают в формулу расчета параметров распределения и основанные на оперировании частотами или рангами.

Непараметрический критерий рекомендуется использовать также для анализа метрических данных, распределение которых значительно отличается от нормального. При этом метрические данные следует перевести в ранговые.

Параметрические критерии могут оказаться несколько более мощными, чем непараметрические, но только в том случае, если признак измерен по интервальной шкале и нормально распределен.

Статистические критерии можно также классифицировать в зависимости от задач, стоящих перед исследователем (см. табл.1).

Таблица 1

Классификация критериев

	Параметрические критерии	Непараметрические критерии
Определение согласованности изменений (корреляция)	R (коэффициент корреляции Пирсона)	r_s (коэффициент корреляции Спирмена) τ (коэффициент корреляции тау-Кендалла) S (коэффициент сопряженности С-Пирсона) ϕ (коэффициент фи-корреляции)
Сравнение эмпирической и теоретической частот		χ^2 (критерий хи-квадрат)
Оценка достоверности различий	t-критерий Стьюдента для независимых выборок	U-критерий Манна-Уитни
Оценка достоверности различий при повторных измерениях	t-критерий Стьюдента для зависимых выборок	T-критерий Вилкоксона
Анализ изменений признака	Дисперсионный анализ	

ТЕМА: «Корреляция. Задачи корреляционного анализа. Построение корреляционного поля: определение формы, направления и степени взаимосвязи. Классификация коэффициентов корреляции по силе и значимости. Коэффициент детерминации. Ошибка коэффициента корреляции. Коэффициент линейной корреляции. Регрессионный анализ. Ранговая корреляция. Непараметрический метод ранговой корреляции по Спирмену. Непараметрический коэффициент корреляции τ -Кендала»

Содержание Лекции:

1. Корреляция. Задачи корреляционного анализа.
2. Построение корреляционного поля: определение формы, направления и степени взаимосвязи.
3. Классификация коэффициентов корреляции по силе и значимости.
4. Коэффициент детерминации. Ошибка коэффициента корреляции.
5. Коэффициент линейной корреляции (коэффициент корреляции Пирсона). Оценка достоверности коэффициента корреляции.
6. Регрессионный анализ.
7. Ранговая корреляция. Непараметрический метод ранговой корреляции по Спирмену. Оценка достоверности коэффициента корреляции.
8. Непараметрический коэффициент корреляции τ -Кендалла.

1. Корреляция. Задачи корреляционного анализа.

В спортивных исследованиях между изучаемыми показателями часто обнаруживается взаимосвязь. Виды ее бывают различными. Например, определение ускорения по известным данным скорости в биомеханике, закон Хилла в физиологии и другие характеризуют так называемую *функциональную взаимосвязь*, или зависимость, при которой каждому значению одного показателя соответствует строго определенное значение другого.

К другому виду взаимосвязи относят, например, зависимость веса от длины тела. Одному значению длины тела может соответствовать несколько значений веса, и наоборот. В таких случаях, когда одному значению одного показателя соответствует несколько значений другого, взаимосвязь называют *статистической*.

Изучению статистической взаимосвязи между различными показателями в спортивных исследованиях уделяют большое внимание, поскольку это позволяет выявить некоторые закономерности и в дальнейшем описать их как словесно, так и математически с целью использования в практической работе тренера и педагога.

Среди статистических взаимосвязей наиболее важны корреляционные (лат. *correlatio* — соотношение, соответствие). Корреляция заключается в том, что средняя величина одного показателя изменяется в зависимости от значения другого. Статистический метод, который используется для исследования взаимосвязей между парой признаков, называется *корреляционным анализом*.

Основные задачи корреляционного анализа:

- определение формы связи (линейная, нелинейная);
- определение направления связи (положительная связь или отрицательная);
- определение степени или тесноты взаимосвязи (слабая, средняя, сильная);
- проверка значимости коэффициента корреляции, который выступает мерой связи между случайными величинами.

Он широко используется в теории тестов для оценки надежности и информативности. Различные шкалы измерений требуют разных вариантов корреляционного анализа.

2. Построение корреляционного поля: определение формы, направления и степени взаимосвязи.

Анализ взаимосвязи начинается с графического представления результатов измерений в прямоугольной системе координат.

Предположим, что у шести испытуемых зарегистрирован такой показатель, как число подтягиваний на перекладине, до начала подготовительного периода тренировки (x_i) и после его окончания (y_i). Запишем результат измерений, далее для этих результатов построим график, на оси абсцисс которого отложим результаты x_i , а на оси ординат — результаты y_i . Таким образом, каждая пара результатов в прямоугольной системе координат будет отображаться точкой. Такая графическая зависимость называется диаграммой рассеяния или *корреляционным полем* (рис.1). Визуальный анализ графика позволяет выявить форму зависимости. Если эта форма близка к обычной геометрической фигуре — эллипсу, то она называется *линейной зависимостью* или *линейной формой взаимосвязи*. Однако на практике можно встретить и иную форму взаимосвязи, когда на рисунке отображается фигура, отличная от эллипса, тогда зависимость называется *нелинейной* (или *нелинейной формой взаимосвязи*).

Таким образом, визуальный анализ корреляционного поля позволяет выявить форму статистической зависимости — линейную или нелинейную. Это имеет существенное значение для следующего шага в анализе — выбора и вычисления соответствующего коэффициента корреляции.

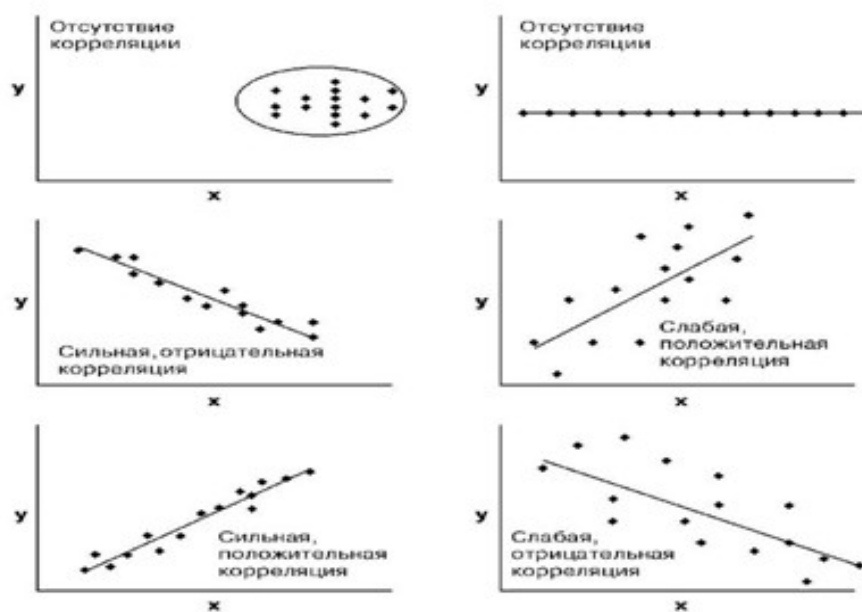


Рисунок 1 – Корреляционное поле

3. Классификация коэффициентов корреляции по силе и значимости.

Для оценки тесноты взаимосвязи в корреляционном анализе используется значение (абсолютная величина) специального показателя — *коэффициента корреляции*.

Свойство коэффициента корреляции в том, что он не превышает единицы. Его значения лежат в пределах от -1 до $+1$. Таким образом, $-1 \leq r \leq 1$.

Интерпретируют значение этого коэффициента следующим образом (рис.2):

$r = 0$ - между изучаемыми признаками нет линейной корреляционной зависимости

$r < 0,3$ - очень слабая связь;

$0,3 \leq r < 0,5$ - слабая связь;

$0,5 \leq r < 0,7$ - средняя связь;

$0,7 \leq r < 0,9$ - высокая связь;

$0,9 \leq r < 1$ - очень высокая связь;

$r = 1$ – линейная связь

Направленность зависимости отражается в знаке коэффициента корреляции. Знак «+» (плюс) указывает на прямую, или положительную взаимосвязь; знак «-» (минус) говорит об обратной, или отрицательной взаимосвязи

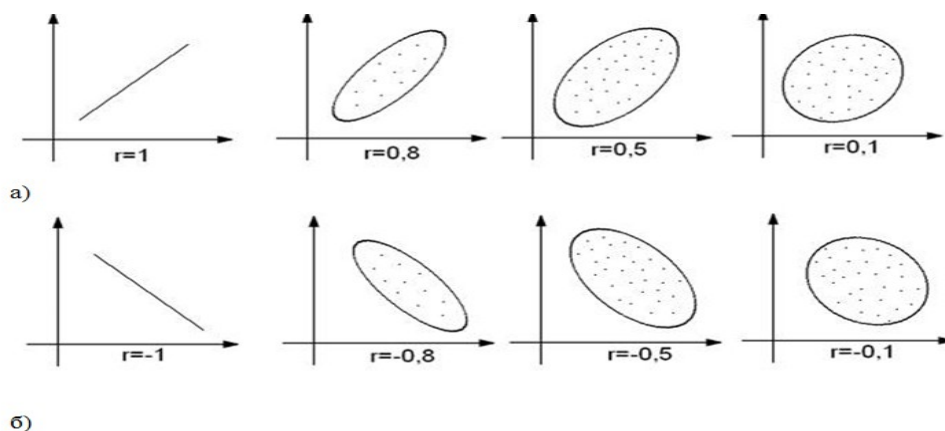


Рисунок 2 – а) варианты положительных связей и соответствующие им коэффициенты корреляции

б) варианты отрицательных связей и соответствующие им коэффициенты корреляции

Диаграмма рассеяния, например, показателей результата в толкании ядра весом 3 кг и результата в толкании ядра весом 5 кг, кроме сильной статистической взаимосвязи, имеет еще одну особенность — *прямо пропорциональную тенденцию зависимости*.

Это значит, что улучшение одного показателя вызывает улучшение другого. Диаграмма *обратно пропорциональной зависимости* получится в случае, когда увеличение одного показателя связано с уменьшением другого (в среднем).

4. Коэффициент детерминации. Ошибка коэффициента корреляции.

В некоторых случаях тесноту взаимосвязи определяют на основании *коэффициента детерминации* (D), который вычисляют по формуле:

$$D = r^2 \cdot 100 \%$$

Этот коэффициент определяет часть общей вариации одного показателя, которая объясняется вариацией другого показателя.

Так, например, для вычисленного значения $r = -0,68$ между результатом в беге на 30 м и прыжком в длину с разбега коэффициент детерминации определится как:

$$D = (-0,68)^2 \cdot 100 \% = 46,2 \%$$

Следовательно, только 46,2 % взаимосвязи спортивных результатов объясняется их взаимовлиянием. Остальная часть вариации ($100 \% - 46,2 \% = 53,8 \%$) объясняется влиянием других неучтенных факторов.

Коэффициент корреляции является выборочным, потому что он определен для ограниченной совокупности, которая является выборкой из генеральной совокупности. Поэтому существует ошибка при расчете коэффициента корреляции. Эта ошибка – расхождение между коэффициентом корреляции для генеральной совокупности и коэффициентом для выборки. Эта ошибка определяется:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}, \text{ если } n < 30, \quad \sigma = \sqrt{\frac{1-r^2}{n}}, \text{ если } n \geq 30$$

5. Коэффициент линейной корреляции (коэффициент корреляции Пирсона). Оценка достоверности коэффициента корреляции.

Назначение. Для оценки взаимосвязи, когда измерения производят в шкале отношений или интервалов, и форма взаимосвязи линейная, используется коэффициент корреляции Браве — Пирсона. Обозначается он латинской буквой r . Вычисление значения r производят по формуле:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{X}) \cdot (y_i - \bar{Y})}{(n-1) \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y},$$

где $\bar{X}$ и $\bar{Y}$ - средние арифметические значения показателей X и Y ,

σ_x и σ_y - средние квадратические отклонения показателей X и Y ,

n - число пар измерений.

Формулировка гипотезы, которую в дальнейшем необходимо принять или отклонить:

$$H_0: r = 0$$

Критические значения коэффициентов корреляции r -Пирсона даны в таблице 1 Приложения по абсолютной величине. При получении как положительного, так и отрицательного коэффициента корреляции по формуле оценка уровня значимости этого коэффициента проводится по той же таблице приложения без учета знака, а знак добавляется для дальнейшей интерпретации характера связи между переменными X и Y .

Поиск критических значений ведется по числу пар измерений. По оси значимости определяется зона попадания r_{xy} . Формулируются выводы.

6. Регрессионный анализ.

Целью регрессионного анализа является измерение связи между зависимой переменной и одной (парный регрессионный анализ) или несколькими (множественный) независимыми переменными

Зависимая переменная (Y) — это переменная, описывающая процесс, который мы пытаемся предсказать или понять.

Независимые переменные (X) - это переменные, используемые для моделирования или прогнозирования значений зависимых переменных.

Задачи регрессионного анализа:

а) Установление формы зависимости. Относительно характера и формы зависимости между явлениями, различают положительную линейную и нелинейную и отрицательную линейную и нелинейную регрессию.

б) Определение функции регрессии в виде математического уравнения того или иного типа и установление влияния объясняющих переменных на зависимую переменную.

в) Оценка неизвестных значений зависимой переменной. С помощью функции регрессии можно воспроизвести значения зависимой переменной внутри интервала заданных значений объясняющих переменных (т. е. решить задачу интерполяции) или оценить течение процесса вне заданного интервала (т. е. решить задачу экстраполяции). Результат представляет собой оценку значения зависимой переменной.

Линейная регрессия - выраженная в виде прямой зависимость среднего значения какой-либо величины от некоторой другой величины. В отличие от функциональной зависимости

$y = f(x)$, когда каждому значению независимой переменной x соответствует одно определённое значение величины y , при линейной регрессии одному и тому же значению x могут соответствовать в зависимости от случая различные значения величины y .

Уравнение линейной регрессии:

$$Y = a + b_y \cdot X$$

Величина свободного члена и коэффициента регрессии определяются соответственно по формулам:

$$b_y = r_{xy} \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

$$a = \bar{Y} - b_y \cdot \bar{X}$$

7. Ранговая корреляция. Непараметрический метод ранговой корреляции по Спирмену. Оценка достоверности коэффициента корреляции.

Назначение. Наряду с линейным коэффициентом корреляции для измерения тесноты связи между двумя коррелируемыми признаками часто используются менее точные, но более простые по расчету коэффициенты корреляции рангов (или *ранговые коэффициенты корреляции*).

Ранговый коэффициент корреляции Спирмена основан на корреляции не самих значений коррелируемых признаков, а их рангов. Коэффициент ранговой корреляции r -Спирмена вычисляется по формуле:

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{(n-1) \cdot n \cdot (n+1)}$$

где d – разность рангов, n – число пар объектов

Условия применения:

1. Сравниваемые переменные должны быть получены в порядковой (ранговой) шкале, но могут быть измерены также в шкале интервалов и отношений. В последнем случае необходимо проранжировать показатели и перейти к порядковой шкале.
2. Характер распределения коррелируемых величин не имеет значения.
3. Число варьирующих признаков в сравниваемых переменных X и Y должно быть одинаковым.
4. Таблицы для определения критических значений коэффициента корреляции Спирмена (Табл. Приложения) рассчитаны на n от 5 до 40.

Формулировка гипотез: $H_0: r = 0$

$H_1: r \neq 0$

Алгоритм подсчёта коэффициента ранговой корреляции Спирмена

1. Сопоставить каждому из признаков их порядковый номер (ранг) по возрастанию или убыванию.
2. Определить разности рангов каждой пары сопоставляемых значений (d).
3. Возвести в квадрат каждую разность и суммировать полученные результаты.
4. Вычислить коэффициент ранговой корреляции r -Спирмена.
5. Определить критические значения коэффициента ранговой корреляции (Табл.2 Приложения). Все величины коэффициентов корреляции даны по абсолютной величине. Поэтому, знак коэффициента корреляции учитывается только при его интерпретации. Поиск критических значений ведется по числу пар измерений n .
6. Построить «ось значимости». Определить зону попадания r_s .
7. Сформулировать выводы.

8. Непараметрический коэффициент корреляции τ -Кендалла.

Назначение. Коэффициент корреляции τ -«тау» Кендалла является непараметрическим. Коэффициент предназначен для обработки данных полученных в ранговой шкале. Он основан на вычислении суммы инверсий и совпадений.

Коэффициент корреляции τ -Кендалла вычисляется по формуле:

$$\tau_{\text{эмп}} = 1 - \frac{4 \cdot Q}{n \cdot (n-1)}$$

где Q – сумма инверсий, n – число пар объектов.

Коэффициент корреляции τ -Кендалла имеет и другие формул расчета, но в настоящем пособии рассматривается пример вычисления коэффициента с помощью подсчета числа инверсий.

Формулировка гипотез: $H_0: r = 0$

$H_1: r \neq 0$

Уровень значимости коэффициента корреляции проверяется по формуле:

$$T_{\text{эмп}} = |\tau_{\text{эмп}}| \cdot \sqrt{\frac{n-2}{1-\tau_{\text{эмп}}^2}}$$

где n – число коррелируемых признаков, а $\tau_{\text{эмп}}$ – коэффициент корреляции τ -Кендалла

Критические значения для коэффициента корреляции находим по таблице критических значений критерия t -Стьюдента (см. Таблицу 3 Приложения). Число степеней свободы ищем по формуле: $df = n-2$.

Приложение
Таблица 1

Критические значения коэффициентов линейной корреляции Пирсона

n	$p = 0,1$	$p = 0,05$	$p = 0,01$	n	$p = 0,1$	$p = 0,05$	$p = 0,01$
5	0,805	0,878	0,959	32	0,296	0,349	0,449
6	0,729	0,811	0,917	33	0,291	0,344	0,442
7	0,669	0,754	0,875	34	0,287	0,339	0,436
8	0,621	0,707	0,834	35	0,283	0,334	0,430
9	0,582	0,666	0,798	36	0,279	0,329	0,424
10	0,549	0,632	0,765	37	0,275	0,325	0,418
11	0,521	0,602	0,735	38	0,271	0,320	0,413
12	0,497	0,576	0,708	39	0,276	0,316	0,408
13	0,476	0,553	0,684	40	0,264	0,312	0,403
14	0,458	0,532	0,661	41	0,260	0,308	0,398
15	0,441	0,514	0,641	42	0,257	0,304	0,393
16	0,426	0,497	0,623	43	0,254	0,301	0,389
17	0,412	0,482	0,606	44	0,251	0,297	0,384
18	0,400	0,468	0,590	45	0,248	0,294	0,380
19	0,389	0,456	0,575	46	0,246	0,291	0,469
20	0,378	0,444	0,561	47	0,243	0,288	0,465
21	0,369	0,433	0,549	48	0,240	0,285	0,460
22	0,360	0,423	0,537	49	0,238	0,282	0,456
23	0,352	0,413	0,526	50	0,235	0,279	0,451
24	0,344	0,404	0,515	51	0,233	0,276	0,447
25	0,337	0,396	0,505	52	0,231	0,273	0,443
26	0,330	0,388	0,496	53	0,228	0,271	0,439
27	0,323	0,381	0,487	54	0,226	0,268	0,435
28	0,317	0,374	0,479	55	0,224	0,266	0,432
29	0,311	0,367	0,471	56	0,222	0,263	0,428
30	0,306	0,361	0,463	57	0,220	0,261	0,424
31	0,301	0,355	0,456	58	0,218	0,259	0,421

Таблица 2

Критические значения коэффициента корреляции r-Спирмена

n	p		n	p		n	p	
	0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
5	0,94	-	17	0,48	0,62	29	0,37	0,48
6	0,85	-	18	0,47	0,60	30	0,36	0,47
7	0,78	0,94	19	0,46	0,58	31	0,36	0,46
8	0,72	0,88	20	0,45	0,57	32	0,36	0,45
9	0,68	0,83	21	0,44	0,56	33	0,34	0,45
10	0,64	0,79	22	0,43	0,54	34	0,34	0,44
11	0,61	0,76	23	0,42	0,53	35	0,33	0,43
12	0,58	0,73	24	0,41	0,52	36	0,33	0,43
13	0,56	0,70	25	0,49	0,51	37	0,33	0,43
14	0,54	0,68	26	0,39	0,50	38	0,32	0,41
15	0,52	0,66	27	0,38	0,49	39	0,32	0,41
16	0,50	0,64	28	0,38	0,48	40	0,31	0,40

Критические значения критерия t-Стьюдента

	p			p			p	
df	0,05	0,01	df	0,05	0,01	df	0,05	0,01
1	12,706	63,657	23	2,069	2,807	45	2,014	2,690
2	4,303	9,925	24	2,064	2,797	46	2,013	2,687
3	3,182	5,841	25	2,060	2,787	47	2,012	2,685
4	2,776	4,604	26	2,056	2,779	48	2,011	2,682
5	2,571	4,032	27	2,052	2,771	49	2,010	2,680
6	2,447	3,707	28	2,048	2,763	50	2,009	2,678
7	2,365	3,499	29	2,045	2,756	51	2,008	2,676
8	2,306	3,355	30	2,042	2,750	52	2,007	2,674
9	2,262	3,250	31	2,040	2,744	53	2,006	2,672
10	2,228	3,169	32	2,037	2,738	54	2,005	2,670
11	2,201	3,106	33	2,035	2,733	55	2,004	2,668
12	2,179	3,055	34	2,032	2,728	56	2,003	2,667
13	2,160	3,012	35	2,030	2,724	57	2,002	2,665
14	2,145	2,977	36	2,028	2,719	58	2,002	2,663
15	2,131	2,947	37	2,026	2,715	59	2,001	2,662
16	2,120	2,921	38	2,024	2,712	60	2,000	2,660
17	2,110	2,898	39	2,023	2,708	61	2,000	2,659
18	2,101	2,878	40	2,021	2,704	62	1,999	2,657
19	2,093	2,861	41	2,020	2,701	63	1,998	2,656
20	2,086	2,845	42	2,018	2,698	64	1,998	2,655
21	2,080	2,831	43	2,017	2,695	65	1,997	2,654
22	2,074	2,819	44	2,015	2,692	66	1,997	2,652

ТЕМА: «Оценка достоверности различий: t - критерий Стьюдента для несвязанных (независимых) измерений, F-критерий Фишера, многофункциональный ф-критерий Фишера, U-критерий Манна-Уитни, Q-критерий Розенбаума. Оценка достоверности сдвига: t -критерий Стьюдента для связанных (зависимых) измерений. t– критерий Вилкоксона»

Содержание Лекции:

1. t -критерий Стьюдента для несвязанных (независимых) измерений
2. F-критерий Фишера (для сравнения дисперсий)
3. Многофункциональный ф-критерий Фишера
4. U-критерий Манна-Уитни
5. Q-критерий Розенбаума
6. t -критерий Стьюдента для связанных (зависимых) измерений
7. t– критерий Вилкоксона

1. t -критерий Стьюдента для несвязанных (независимых) измерений

Назначение. t -Критерий Стьюдента является параметрическим. Его используют с целью оценки достоверности различий между двумя независимыми выборками. Допускается неравное количество элементов в сравниваемых выборках.

Критерий имеет следующую формулу:

$$t = \frac{|\bar{X} - \bar{Y}|}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}},$$

где $\bar{X}$ и $\bar{Y}$ – средние арифметические рядов X и Y,

σ_x^2 и σ_y^2 - дисперсии рядов X и Y,

n_x и n_y – число элементов в выборках X и Y.

Количество степеней свободы для нахождения критического значения критерия вычисляют по формуле:

$$df = n_x + n_y - 2$$

Условия применения:

- Сравниваемые значения не составляют пару коррелирующих значений
- Распределение признаков в каждой выборке соответствует нормальному распределению

- Дисперсии признака в выборках примерно равны

Статистические гипотезы:

H_0 : средние значения признака в обеих выборках не различаются

H_1 : средние значения признака в обеих выборках статистически значимо различаются

Алгоритм расчета.

1. Определить расчетное значение t-критерия
2. Определить критическое значение t-критерия с использованием таблицы 1 приложения, при заданном уровне значимости и степени свободы.
3. Сравнить расчетное и критическое значение t - критерия.

Если эмпирическое значение превышает критическое для заданного уровня значимости (0,05, 0,01 или 0,001), то нулевая гипотеза отклоняется и принимается альтернативная гипотеза, согласно которой сравниваемые группы различаются.

2. F-критерий Фишера (для сравнения дисперсий)

Назначение. F-критерий Фишера является параметрическим. Позволяет сравнивать величины выборочных дисперсий двух независимых выборок, принадлежащих к одной и той же генеральной совокупности.

Критерий Фишера применяется для больших ($n > 30$) и малых выборок ($n < 30$). Он функционально связан с вероятностью, имеет непрерывную функцию распределения и зависит от чисел степеней свободы сравниваемых дисперсий. Характерным для F-критерия оказывается то, что он полностью определяется выборочными дисперсиями и не зависит от генеральных переменных.

Для вычисления $F_{\text{эмп}}$ нужно найти отношение дисперсий двух выборок, причем так, чтобы большая по величине дисперсия находилась бы в числителе, а меньшая – в знаменателе.

$$F_{\text{эмп}} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2},$$

где σ_1^2 – большая дисперсия, σ_2^2 – меньшая дисперсия.

Статистические гипотезы: H_0 : дисперсии показателей двух групп статистически значимо не различаются ($\sigma_x^2 = \sigma_y^2$);

H_1 : дисперсии показателей двух групп статистически значимо различаются ($\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$)

Число степеней свободы определяется: $df_1 = n_1 - 1$ для первой выборки (т.е. для той выборки, величина дисперсии которой больше) и $df_2 = n_2 - 1$ для второй выборки.

В Приложении (табл.2) критические значения критерия Фишера находятся по величинам df_1 (верхняя строчка таблицы) и df_2 (левый столбец таблицы).

Если $t_{\text{эмп}} > t_{\text{крит}}$, то принимается нулевая гипотеза, в противном случае принимается альтернативная.

3. Многофункциональный критерий ϕ -Фишера

Назначение. Критерий ϕ -Фишера – многофункциональный и предназначен для сравнения двух как связанных, так и несвязанных между собой выборок, причем в сравниваемых выборках допускается неравное количество испытуемых. Критерий основан на подсчете процентных долей, и на их сравнении с помощью специальной таблицы: таблицы величин углов ϕ (в радианах) для разных процентных долей.

По таблице 3 (см. Приложение) находим величины ϕ_1 и ϕ_2 соответствующие процентным долям в каждой группе.

Эмпирическое значение $\phi_{\text{эмп}}$ подсчитывается по формуле:

$$\phi_{\text{эмп}} = |\phi_1 - \phi_2| \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}},$$

где ϕ_1 – величина угла, соответствующая большей процентной доли;

ϕ_2 – величина угла, соответствующая меньшей процентной доли;

n_1 – число испытуемых первой группы;

n_2 – число испытуемых второй группы

Статистические гипотезы:

$H_0!$ – доля значений признака, у которых наблюдается исследуемый эффект в первой выборке не больше, чем во второй.

$H_1!$ – доля значений признака, у которых наблюдается исследуемый эффект в первой выборке больше, чем во второй.

Критические значения для критерия φ -Фишера имеют фиксированную величину. Они составляют: $\varphi_{0,05} = 1,64$; $\varphi_{0,01} = 2,28$.

4. U-критерий Манна-Уитни

Назначение. Критерий U-Манна-Уитни – непараметрический, применяется для оценки различий по показателям какого-либо признака между двумя независимыми выборками, если данные представлены в ранговой шкале или в метрических шкалах, но не укладываются в кривую нормального распределения

Количество элементов в сравниваемых выборках может быть не одинаковым. В выборке должно быть не менее 3 и не более 60 респондентов.

Статистические гипотезы:

H_0 – отсутствуют статистически достоверные различия между признаками

H_1 – существуют статистически достоверные различия между признаками

Формула подсчета эмпирического значения:

$$U_{\text{эм}} = (n_1 \cdot n_2) + \frac{n_x(n_x + 1)}{2} - T_x$$

где n_1 – количество испытуемых в первой выборке

n_2 – количество испытуемых во второй выборке

n_x – количество испытуемых в группе с большей суммой рангов

T_x – большая из двух ранговых сумм

Критические значения для критерия U-Манна-Уитни находим по таблице 4 Приложения. Поиск критических величин ведется по числу испытуемых.

Если $U_{\text{эм}} > U_{\text{кр}}$, то гипотеза H_0 принимается. Если $U_{\text{эм}} \leq U_{\text{кр}}$, то гипотеза H_0 отвергается, и принимается гипотеза H_1 .

Ограничения применимости U-критерия:

1) объем выборок должен быть не менее трех ($n_1, n_2 \geq 3$); допускается существование всего двух наблюдений в одной из выборок, но при этом во второй их должно быть не менее пяти ($n_1 = 2, n_2 \geq 5$);

2) объем каждой из выборок не должен превышать 60 (это связано с ограниченностью таблиц критических значений). На практике при объемах выборок превышающих 20 наблюдений целесообразнее применить иные методы (например, φ -критерий Фишера), поскольку при большом числе градаций уровня признака становится затруднительным ранжирование данных.

5. Q-критерий Розенбаума

Назначение. Критерий Q-Розенбаума является непараметрическим, предназначен для сравнения двух несвязных между собой выборок, причем допускается неравное количество элементов в сравниваемых выборках. Критерий основан на подсчете «хвостов», т.е. тех элементов одной выборки, которые не имеют схожих элементов из другой выборки.

Статистические гипотезы:

H_0 – отсутствуют статистически достоверные различия между признаками

H_1 – существуют статистически достоверные различия между признаками

Алгоритм расчета.

Для решения задачи результаты измерения располагают в порядке возрастания.

Размещают два сравниваемых ряда таким образом, чтобы равные элементы находились друг под другом.

Подсчитают *левый* (S) и *правый* (T) «хвосты». Величина S равна числу элементов первого ряда, которые находятся слева и не имеют совпадающих элементов второго ряда.

Величина T – числу элементов второго ряда, находящихся справа и не имеющих совпадающих элементов первого ряда.

Формула подсчета эмпирического значения:

$$Q_{\text{эм}} = S + T,$$

где S – левый хвост, T – правый хвост

Критические значения для критерия Q -Розенбаума находим по таблице 5 Приложения. Поиск критических величин ведется по числу испытуемых.

Строим «ось значимости», на которой располагаем критические значения $Q_{0,05}$, $Q_{0,01}$ и эмпирическое значение $Q_{\text{эм}}$. Делаем вывод.

Ограничения применимости критерия

1. В каждой из выборок должно быть не менее 11 значений признака.
2. Объемы выборок должны примерно совпадать.
3. Если объемы выборок меньше 50, то абсолютная величина разности n_1 (количество единиц в первой выборке) и n_2 (количество единиц во второй выборке) не должна быть больше 10.
4. Если объемы выборок между 50 и 100, то абсолютная величина разности n_1 и n_2 не должна быть больше 20;
5. Если объемы выборок больше 100, то допускается, чтобы одна из выборок превышала другую не более чем в 1,5 – 2 раза.
6. Диапазоны значений признака в двух выборках не должны совпадать между собой.

Замечание. В случае если один из двух рядов имеет два «хвоста», критерий Q -Розенбаума неприменим! В этих случаях необходимо применять критерий U -Манна-Уитни.

6. *t*-критерий Стьюдента для связанных (зависимых) измерений

Назначение. *t*-критерий Стьюдента является параметрическим и используется с целью оценки достоверности сдвига значений в зависимых выборках.

Метод позволяет проверить гипотезу о том, что средние значения двух генеральных совокупностей, из которых извлечены две сравниваемые зависимые выборки, отличаются друг от друга. Допущение зависимости чаще всего значит, что признак измерен на одной и той же выборке дважды, например, до воздействия и после него.

Формула t-критерия Стьюдента:

$$t_{\text{эм}} = \frac{\bar{X}_d}{\frac{\sigma_d}{\sqrt{n}}}$$

где $\bar{X}_d$ – средняя разность значений;

σ_d – стандартное отклонение разностей;

n – количество испытуемых в выборке.

Количество степеней свободы для нахождения критического значения критерия вычисляют по формуле:

$$df = n - 1$$

Критические значения находят по таблице 1 (Приложение).

Статистические гипотезы:

H_0 : сдвиг между показателями недостоверен;

H_1 : сдвиг между показателями достоверен.

Ограничения:

- Сравнимые значения составляют пару коррелирующих значений
 - Распределения признака и в той, и в другой выборке существенно не отличаются от нормального.

- Дисперсии выборок равны.

- Признак измерен в метрической шкале.

Альтернатива:

непараметрический Т-критерий Вилкоксона (если распределение в выборке не нормальное).

7. t– критерий Вилкоксона

Назначение. t–критерий Вилкоксона является непараметрическим, применяется для оценки различий экспериментальных данных полученных в двух разных условиях на одной и той же выборке испытуемых. Он позволяет установить насколько сдвиг показателей в каком-то одном направлении является более интенсивным, чем в другом.

Суть метода состоит в сопоставлении выраженности сдвигов в том и ином направлениях по абсолютной величине. Для этого сначала ранжируются все абсолютные величины сдвигов, а потом суммируются ранги.

Если сдвиги в положительную и в отрицательную сторону происходят случайно, то суммы рангов абсолютных значений их будут примерно равны.

Если же интенсивность сдвига в одном из направлений перевешивает, то сумма рангов абсолютных значений сдвигов в противоположную сторону будет значительно ниже, чем это могло бы быть при случайных изменениях.

Первоначально исходят из предположения о том, что *типичным* сдвигом будет сдвиг в более часто встречающемся направлении, а *нетипичным* сдвигом – сдвиг в более редко встречающемся направлении.

Статистические гипотезы:

H_0 : Интенсивность сдвигов в типичном направлении не превосходит интенсивности сдвигов в нетипичном направлении.

H_1 : Интенсивность сдвигов в типичном направлении превышает интенсивность сдвигов в нетипичном направлении.

Ограничения в применении Т-критерия Вилкоксона:

1. Минимальное количество испытуемых, прошедших измерения в двух условиях – 5 человек. Максимальное количество испытуемых – 50 человек.

2. Нулевые сдвиги из рассмотрения исключаются, и количество наблюдений n уменьшается на количество этих нулевых сдвигов.

Можно обойти это ограничение, сформулировав гипотезы, включающие отсутствие изменений, например: "Сдвиг в сторону увеличения значений превышает сдвиг в сторону уменьшения значений и тенденцию сохранения их на прежнем уровне".

Алгоритм подсчета Т-критерия Вилкоксона.

1. Сформулировать статистические гипотезы.
 2. Составить список испытуемых в любом порядке, например, алфавитном.
 3. Вычислить разность между индивидуальными значениями во втором и первом замерах ("после" – "до").

4. Определить, что будет считаться *"типичным"* сдвигом.

5. Перевести разности в абсолютные величины и записать их отдельным столбцом (иначе трудно отвлечься от знака разности).

6. Проранжировать абсолютные величины разностей, начисляя меньшему значению меньший ранг. Проверить совпадение полученной суммы рангов с расчетной

7. Отметить кружками или другими знаками ранги, соответствующие сдвигам в *"нетипичном"* направлении.

8. Подсчитать сумму этих рангов : сумму ранговых значений сдвигов с более редким знаком.

9. Определить критические значения $T_{кр.}$ для данного n по таблице 6 Приложения.

Если $T_{эмп} \leq T_{кр.}$, то сдвиг в "типичную" сторону по интенсивности достоверно преобладает.

Приложение
Таблица 1

Критические значения критерия t-Стьюдента

	p			p			p	
df	0,05	0,01	df	0,05	0,01	df	0,05	0,01
1	12,706	63,657	23	2,069	2,807	45	2,014	2,690
2	4,303	9,925	24	2,064	2,797	46	2,013	2,687
3	3,182	5,841	25	2,060	2,787	47	2,012	2,685
4	2,776	4,604	26	2,056	2,779	48	2,011	2,682
5	2,571	4,032	27	2,052	2,771	49	2,010	2,680
6	2,447	3,707	28	2,048	2,763	50	2,009	2,678
7	2,365	3,499	29	2,045	2,756	51	2,008	2,676
8	2,306	3,355	30	2,042	2,750	52	2,007	2,674
9	2,262	3,250	31	2,040	2,744	53	2,006	2,672
10	2,228	3,169	32	2,037	2,738	54	2,005	2,670
11	2,201	3,106	33	2,035	2,733	55	2,004	2,668
12	2,179	3,055	34	2,032	2,728	56	2,003	2,667
13	2,160	3,012	35	2,030	2,724	57	2,002	2,665
14	2,145	2,977	36	2,028	2,719	58	2,002	2,663
15	2,131	2,947	37	2,026	2,715	59	2,001	2,662
16	2,120	2,921	38	2,024	2,712	60	2,000	2,660
17	2,110	2,898	39	2,023	2,708	61	2,000	2,659
18	2,101	2,878	40	2,021	2,704	62	1,999	2,657
19	2,093	2,861	41	2,020	2,701	63	1,998	2,656
20	2,086	2,845	42	2,018	2,698	64	1,998	2,655
21	2,080	2,831	43	2,017	2,695	65	1,997	2,654
22	2,074	2,819	44	2,015	2,692	66	1,997	2,652

Таблица 2

Критические значения F-Фишера k_1 -число степеней свободы большей дисперсии, k_2 -число степеней свободы меньшей дисперсии

Уровень значимости $\alpha = 0,01$												
k_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
k_2												
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6056	6082	6106
2	98,49	99,01	90,17	99,25	99,33	99,30	99,34	99,36	99,36	99,40	99,41	99,42
3	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,96	9,89
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71
11	9,86	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3,45
Уровень значимости $\alpha = 0,05$												
k_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
k_2												
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38

Таблица 3

Критические значения критерия ϕ -Фишера

%доля	% , последний десятичный знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Значения ф									
0	0,000	0,020	0,028	0,035	0,040	0,045	0,049	0,053	0,057	0,060
1	0,200	0,210	0,220	0,229	0,237	0,246	0,254	0,262	0,269	0,277
2	0,284	0,291	0,298	0,304	0,311	0,318	0,324	0,330	0,336	0,342
3	0,348	0,354	0,360	0,365	0,371	0,376	0,382	0,387	0,392	0,398
4	0,403	0,408	0,413	0,418	0,423	0,428	0,432	0,437	0,442	0,446
5	0,451	0,456	0,460	0,465	0,469	0,473	0,478	0,482	0,486	0,491
6	0,495	0,499	0,503	0,507	0,512	0,516	0,520	0,524	0,528	0,532
7	0,536	0,539	0,543	0,547	0,551	0,555	0,559	0,562	0,566	0,570
8	0,574	0,577	0,581	0,584	0,588	0,592	0,595	0,599	0,602	0,606
9	0,609	0,613	0,616	0,620	0,623	0,627	0,630	0,633	0,637	0,640
10	0,644	0,647	0,650	0,653	0,657	0,660	0,663	0,666	0,670	0,673
11	0,676	0,679	0,682	0,686	0,689	0,692	0,695	0,698	0,701	0,704
12	0,707	0,711	0,714	0,717	0,720	0,723	0,726	0,729	0,732	0,735
13	0,738	0,741	0,744	0,747	0,750	0,752	0,755	0,758	0,761	0,764
14	0,767	0,770	0,773	0,776	0,778	0,781	0,784	0,787	0,790	0,793
15	0,795	0,798	0,801	0,804	0,807	0,809	0,812	0,815	0,818	0,820
16	0,823	0,826	0,828	0,831	0,834	0,837	0,839	0,842	0,845	0,847
17	0,850	0,853	0,855	0,858	0,861	0,863	0,866	0,868	0,871	0,874
18	0,876	0,879	0,881	0,884	0,887	0,889	0,892	0,894	0,897	0,900
19	0,902	0,905	0,907	0,910	0,912	0,915	0,917	0,920	0,922	0,925
20	0,927	0,930	0,932	0,935	0,937	0,940	0,942	0,945	0,947	0,950
21	0,952	0,955	0,957	0,959	0,962	0,964	0,967	0,969	0,972	0,974
22	0,976	0,979	0,981	0,984	0,986	0,988	0,991	0,993	0,996	0,998
23	1,000	1,003	1,005	1,007	1,010	1,012	1,015	1,017	1,019	1,022
24	1,024	1,026	1,029	1,031	1,033	1,036	1,038	1,040	1,043	1,045
25	1,047	1,050	1,052	1,054	1,056	1,059	1,061	1,063	1,066	1,068
26	1,070	1,072	1,075	1,077	1,079	1,082	1,084	1,086	1,088	1,091
27	1,093	1,095	1,097	1,100	1,102	1,104	1,106	1,109	1,111	1,113
28	1,115	1,117	1,120	1,122	1,124	1,126	1,129	1,131	1,133	1,135
29	1,137	1,140	1,142	1,144	1,146	1,148	1,151	1,153	1,155	1,157
30	1,159	1,161	1,164	1,166	1,168	1,170	1,172	1,174	1,177	1,179
31	1,182	1,183	1,185	1,187	1,190	1,192	1,194	1,196	1,198	1,200
32	1,203	1,205	1,207	1,209	1,211	1,213	1,215	1,217	1,220	1,222
33	1,224	1,226	1,228	1,230	1,232	1,234	1,237	1,239	1,241	1,243
34	1,245	1,247	1,249	1,251	1,254	1,256	1,258	1,260	1,262	1,264
35	1,266	1,268	1,270	1,272	1,274	1,277	1,279	1,281	1,283	1,285
36	1,287	1,289	1,291	1,293	1,295	1,297	1,299	1,302	1,304	1,306
37	1,308	1,310	1,312	1,314	1,316	1,318	1,320	1,322	1,324	1,326
38	1,328	1,330	1,333	1,335	1,337	1,339	1,341	1,343	1,345	1,347
39	1,349	1,351	1,353	1,355	1,357	1,359	1,361	1,363	1,365	1,367
40	1,369	1,371	1,374	1,376	1,378	1,380	1,382	1,384	1,386	1,388
41	1,390	1,392	1,394	1,396	1,398	1,400	1,402	1,404	1,406	1,408
42	1,410	1,412	1,414	1,416	1,418	1,420	1,422	1,424	1,426	1,428
43	1,430	1,432	1,434	1,436	1,438	1,440	1,442	1,444	1,446	1,448
44	1,451	1,453	1,455	1,457	1,459	1,461	1,463	1,465	1,467	1,469
45	1,471	1,473	1,475	1,477	1,479	1,481	1,483	1,485	1,487	1,489
46	1,491	1,493	1,495	1,497	1,499	1,501	1,503	1,505	1,507	1,509
47	1,511	1,513	1,515	1,517	1,519	1,521	1,523	1,525	1,527	1,529

Продолжение таблицы 3

48	1,531	1,533	1,535	1,537	1,539	1,541	1,543	1,545	1,547	1,549
49	1,551	1,553	1,555	1,557	1,559	1,561	1,563	1,565	1,567	1,569
50	1,571	1,573	1,575	1,577	1,579	1,581	1,583	1,585	1,587	1,589
51	1,591	1,593	1,595	1,597	1,599	1,601	1,603	1,605	1,607	1,609
52	1,611	1,613	1,615	1,617	1,619	1,621	1,623	1,625	1,627	1,629
53	1,631	1,633	1,635	1,637	1,639	1,641	1,643	1,645	1,647	1,649
54	1,651	1,653	1,655	1,657	1,659	1,661	1,663	1,665	1,667	1,669
55	1,671	1,673	1,675	1,677	1,679	1,681	1,683	1,685	1,687	1,689
56	1,691	1,693	1,695	1,697	1,699	1,701	1,703	1,705	1,707	1,709
57	1,711	1,713	1,715	1,717	1,719	1,721	1,723	1,725	1,727	1,729
58	1,731	1,734	1,736	1,738	1,740	1,742	1,744	1,746	1,748	1,750
59	1,752	1,754	1,756	1,758	1,760	1,762	1,764	1,766	1,768	1,770
60	1,772	1,774	1,776	1,778	1,780	1,782	1,784	1,786	1,789	1,791
61	1,793	1,795	1,797	1,799	1,801	1,803	1,805	1,807	1,809	1,811
62	1,813	1,815	1,817	1,819	1,821	1,823	1,826	1,828	1,830	1,832
63	1,834	1,836	1,838	1,840	1,842	1,844	1,846	1,848	1,850	1,853
64	1,855	1,857	1,859	1,861	1,863	1,865	1,867	1,869	1,871	1,873
65	1,875	1,878	1,880	1,882	1,884	1,886	1,888	1,890	1,892	1,894
66	1,897	1,899	1,901	1,903	1,905	1,907	1,909	1,911	1,913	1,916
67	1,918	1,920	1,922	1,924	1,926	1,928	1,930	1,933	1,935	1,937
68	1,939	1,941	1,943	1,946	1,948	1,950	1,952	1,954	1,956	1,958
69	1,961	1,963	1,965	1,967	1,969	1,971	1,974	1,976	1,978	1,980
70	1,982	1,984	1,987	1,989	1,991	1,993	1,995	1,998	2,000	2,002
71	2,004	2,006	2,009	2,011	2,013	2,015	2,018	2,020	2,022	2,024
72	2,026	2,029	2,031	2,033	2,035	2,038	2,040	2,042	2,044	2,047
73	2,049	2,051	2,053	2,056	2,058	2,060	2,062	2,065	2,067	2,069
74	2,071	2,074	2,076	2,078	2,081	2,083	2,085	2,087	2,090	2,092
75	2,094	2,097	2,099	2,101	2,104	2,106	2,108	2,111	2,113	2,115
76	2,118	2,120	2,122	2,125	2,127	2,129	2,132	2,134	2,136	2,139
77	2,141	2,144	2,146	2,148	2,151	2,153	2,156	2,158	2,160	2,163
78	2,165	2,168	2,170	2,172	2,175	2,177	2,180	2,182	2,185	2,187
79	2,190	2,192	2,194	2,197	2,199	2,202	2,204	2,207	2,209	2,212
80	2,214	2,217	2,219	2,222	2,224	2,227	2,229	2,231	2,234	2,237
81	2,240	2,242	2,245	2,247	2,250	2,252	2,255	2,258	2,260	2,263
82	2,265	2,268	2,271	2,273	2,276	2,278	2,281	2,284	2,286	2,289
83	2,292	2,294	2,297	2,300	2,302	2,305	2,308	2,310	2,313	2,316
84	2,319	2,321	2,324	2,327	2,330	2,332	2,335	2,338	2,341	2,343
85	2,346	2,349	2,352	2,355	2,357	2,360	2,363	2,366	2,369	2,372
86	2,375	2,377	2,380	2,383	2,386	2,389	2,392	2,395	2,398	2,401
87	2,404	2,407	2,410	2,413	2,416	2,419	2,422	2,425	2,428	2,431
88	2,434	2,437	2,440	2,443	2,447	2,450	2,453	2,456	2,495	2,462
89	2,465	2,469	2,472	2,475	2,478	2,482	2,485	2,488	2,491	2,495
90	2,498	2,501	2,505	2,508	2,512	2,515	2,518	2,522	2,525	2,529
91	2,532	2,536	2,539	2,543	2,546	2,550	2,554	2,557	2,561	2,564
92	2,568	2,572	2,575	2,579	2,583	2,587	2,591	2,594	2,598	2,602
93	2,606	2,610	2,614	2,618	2,622	2,626	2,630	2,634	2,638	2,642
94	2,647	2,651	2,655	2,659	2,664	2,668	2,673	2,677	2,681	2,686
95	2,691	2,295	2,700	2,705	2,709	2,714	2,719	2,724	2,729	2,734
96	2,739	2,744	2,749	2,754	2,760	2,765	2,771	2,776	2,782	2,788
97	2,793	2,799	2,805	2,811	2,818	2,824	2,830	2,837	2,844	2,851
98	2,858	2,865	2,872	2,880	2,888	2,896	2,904	2,913	2,922	2,931
99	2,941	2,942	2,943	2,944	2,945	2,946	2,948	2,949	2,950	2,951
100	3,142									

Таблица 4

Критические значения критерия U Манна-Уитни



n1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n2	P = 0,05																		
3	-	0																	
4	-	0	1																
5	0	1	2	4															
6	0	2	3	5	7														
7	0	2	4	6	8	11													
8	1	3	5	8	10	13	15												
9	1	4	6	9	12	15	18	21											
10	1	4	7	11	14	17	20	24	27										
11	1	5	8	12	16	19	23	27	31	34									
12	2	5	9	13	17	21	26	30	34	38	42								
13	2	6	10	15	19	24	28	33	37	42	47	51							
14	3	7	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61						
15	3	7	12	18	23	28	33	39	44	50	55	61	66	72					
16	3	8	14	19	25	30	36	42	48	54	60	65	71	77	83				
17	3	9	15	20	26	33	39	45	51	57	64	70	77	83	89	96			
18	4	9	16	22	28	35	41	48	55	61	68	75	82	88	95	102	109		
19	4	10	17	23	30	37	44	51	58	65	72	80	87	94	101	109	116	123	
20	4	11	18	25	32	39	47	54	62	69	77	84	92	100	107	115	123	130	138

P = 0,01																			
5	-	-	0	1															
6	-	-	1	2	3														
7	-	0	1	3	4	6													
8	-	0	2	4	6	7	9												
9	-	1	3	5	7	9	11	14											
10	-	1	3	6	8	11	13	16	19										
11	-	1	4	7	9	12	15	18	22	25									
12	-	2	5	8	11	14	17	21	24	28	31								
13	0	2	5	9	12	16	20	23	27	31	35	39							
14	0	2	6	10	13	17	22	26	30	34	38	43	47						
15	0	3	7	11	15	19	24	28	33	37	42	47	51	56					
16	0	3	7	12	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66				
17	0	4	8	13	18	23	28	33	38	44	49	55	60	66	71	77			
18	0	4	9	14	19	24	30	36	41	47	53	59	65	70	76	82	88		
19	1	4	9	15	20	26	32	38	44	50	56	63	69	75	82	88	94	101	
20	1	5	10	16	22	28	34	40	47	53	60	67	73	80	87	93	100	107	114

Таблица 5

Критические значения критерия Q-Розенбаума

n	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$P = 0,05$																	
0	6																
11	6	6															
12	6	6	6														
13	7	6	6	6													
14	7	7	7	6	6												
15	7	7	7	6	6	6											
16	7	7	7	7	7	6	6										
17	7	7	7	7	7	7	7	7									
18	7	7	7	7	7	7	7	7	7								
19	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7							
20	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7						
21	8	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7					
22	8	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7				
23	8	8	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7			
24	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7		
25	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7	
	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7
$\tilde{P} = \hat{0},01$																	
10	9																
11	9	9															
12	9	9	9														
13	9	9	9	9													
14	9	9	9	9	9												
15	9	9	9	9	9	9											
16	10	9	9	9	9	9	9										
17	10	10	9	9	9	9	9	9									
18	10	10	10	9	9	9	9	9	9								
19	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9							
20	11	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9						
21	11	11	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9					
22	11	11	11	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9				
23	12	11	11	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9			
24	12	12	11	11	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9		
25	12	12	11	11	10	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9	
26	12	12	12	11	11	10	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9

Критические значения критерия χ^2 -Пирсона

p			p			p		
df	0,05	0,01	df	0,05	0,01	df	0,05	0,01
1	3,841	6,635	23	35,172	41,638	45	61,656	69,957
2	5,991	9,210	24	36,415	42,980	46	62,830	71,201
3	7,815	11,345	25	37,652	44,314	47	64,001	72,443
4	9,488	13,277	26	38,885	45,642	48	65,171	73,683
5	11,07	15,086	27	40,113	46,963	49	66,339	74,919
6	12,592	16,812	28	41,337	48,278	50	67,505	76,154
7	14,067	18,475	29	42,557	49,588	51	68,669	77,386
8	15,507	20,090	30	43,773	50,892	52	69,832	78,616
9	16,919	21,666	31	44,985	52,191	53	70,993	79,843
10	18,307	23,209	32	46,194	53,486	54	72,153	81,069
11	19,675	24,725	33	47,400	54,776	55	73,311	82,292
12	21,026	26,217	34	48,602	56,061	56	74,468	83,513
13	22,362	27,688	35	49,802	57,342	57	75,624	84,733
14	23,685	29,141	36	50,998	58,619	58	76,778	85,950
15	24,996	30,578	37	52,192	59,892	59	77,931	87,166
16	26,296	32,000	38	53,384	61,162	60	79,082	88,379
17	27,587	33,409	39	54,572	62,428	61	80,232	89,591
18	28,869	34,805	40	55,758	63,691	62	81,381	90,802
19	30,144	36,191	41	56,942	64,950	63	82,529	92,010
20	31,410	37,566	42	58,124	66,206	64	83,675	93,217
21	32,671	38,932	43	59,304	67,459	65	84,821	94,422
22	33,924	40,289	44	60,481	68,709	66	85,965	95,626